(1)

Chapter-2-
Dynamic of a particle
" Rectilinear Motion "

Newton's Laws

القانون الاول (قانون الاستمرارية)

(1) Every body continues in its state of rest or of uniform motion in a straight line, unless it is compelled by a force to change that state.

(2) Change of motion is proportional to the applied force and takes place in the directio of the force. يتناسب تغير الحركة مع القوة المسلطة

(3) To every action there is always an equal and opposite reaction and oppositely directed.

الاستاذ المساعد
فراس محمود هادي

Suppose we have two bodies A and B , الاستمرارية القصور الذاتي
How do we determine the measure of (inertia) of one relative to the other?
we Connected its by a spring

$$\frac{\left(\frac{d\vec{V}_A}{dt}\right)}{\left(\frac{d\vec{V}_B}{dt}\right)} = \text{Constant} = -\mu_{BA}$$

$$\therefore \frac{d\vec{V}_A}{dt} = -\mu_{BA} \frac{d\vec{V}_B}{dt}$$

$$\text{since}: \quad \mu_{BA} = \frac{m_B}{m_A}$$

القصور الذاتي النسبي للجسم B نسبة للجسم (A)

$$\frac{d\vec{V}_A}{dt} = -\frac{m_B}{m_A} \frac{d\vec{V}_B}{dt}$$

$$m_A \frac{d\vec{V}_A}{dt} = -m_B \frac{d\vec{V}_B}{dt}$$

قانون نيوتن الثالث $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$

قانون نيوتن الثاني
$$\begin{cases} \vec{F} = ma \\ \vec{F} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt} \end{cases}$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(mv) = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

(٢)

Linear Momentum

الزخم الخطي

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

القانون الثالث $\vec{F_A} = -\vec{F_B}$

$$\frac{d\vec{P_A}}{dt} = -\frac{d\vec{P_B}}{dt}$$

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

$$\frac{d\vec{P_A}}{dt} + \frac{d\vec{P_B}}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{P_A} + \vec{P_B}) = 0$$

$\therefore \vec{P_A} + \vec{P_B} = \text{Constant}$ قانون حفظ الزخم الخطي

ينص القانون الثالث على الزخم الخطي الكلي لجسمين بينهما تأثير متبادل ثابت .

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\int_{P_A}^{P_B} d\vec{p} = \int_0^t F\,dt$$

$$(P_B - P_A) = Ft$$

تغير الزخم الخطي يساوي الدفع

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

(Rectilinear Motion) الحركة الخطية

When a moving particle remains on a single straight line. We can choose the x axis as the line of motion

$$\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z = \hat{i}x$$
$$\vec{V} = \hat{i}\dot{x}$$
$$\vec{a} = \hat{i}\ddot{x}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{x} = m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{F}{m} = \frac{dv}{dt} = a = \text{Constant}$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a\,dt$$

$$v - v_0 = at$$

$$\boxed{v = v_0 + at} \quad \text{—— (1)}$$

القانون الاول في حالة اهمال مقاومة الهواء

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t (v_0 + at)\,dt$$

الأستاذ المساعد فراس محمود هادي

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

اذا كانت الحركة الابتدائية من نقطة الاصل

$$x_0 = \text{zero}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad \text{---- (2)}$$

From eq.(1) $\Rightarrow t = \dfrac{v - v_0}{a}$

بالتعويض في معادلة (2)

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2ax} \quad \text{---- (3)}$$

* The Force as a Function of Position Only
* The Concepts of Kinetic and Potential Energy

In this case, for example:

1- electrostatic force.
2- gravitational force.
3- Force of elastic tension

The differential equation for rectilinear motion is:

$$F = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{dv}{dt} \overset{\frac{dx}{dx}}{\Longrightarrow} \ddot{x} = \frac{dx}{dt}\frac{dv}{dx} \Rightarrow \ddot{x} = v\frac{dv}{dx}$$

$$\therefore F_{(x)} = mv\frac{dv}{dx}$$ صيغة اخرى لقانون نيوتن الثاني

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}mv\frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \overset{F}{mv\frac{dv}{dx}}$$

$$\therefore F_{(x)} = \frac{dT}{dx} \quad \text{——— (1)}$$

$$\int dT = \int F_{(x)} \cdot dx \Rightarrow T = \int F_{(x)} \cdot dx$$ يشتق من قانون حفظ الطاقة

التغير بالطاقة الحركية ، التغير بالطاقة الكامنة

$$dT + dV_{(x)} = 0$$

$$\int dT = -\int dV_{(x)} \Rightarrow \quad \text{--- (2)}$$

$$T = -V_{(x)} + \text{Constant}$$

$$T + V_{(x)} = \text{Constant}$$

الاستاذ المساعد
فراس محمود هادي

$$\frac{1}{2}mv^2 + V_{(x)} = E$$ صيغة اخرى لقانون حفظ الطاقة

اذا تحقق هذا الشرط فأن القوة حافظة

For one-dimensional motion :

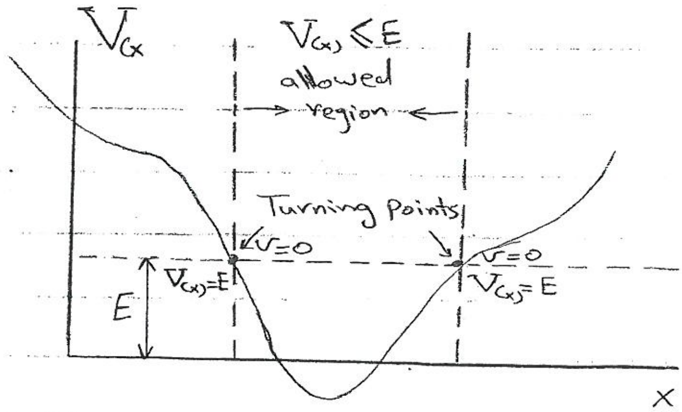
(1) if the impressed force is a function of position only, then (2) the sum of Kinetic and potential energy remains Constant through the motion.

The force in this case is said to be « Conservative »

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + V_{(x)} = E$$

$$v^2 = \frac{2}{m} \left(E - V_{(x)} \right)$$

speed in (x) direction $\quad v_{(x)} = \mp \sqrt{\frac{2}{m} \left(E - V_{(x)} \right)}$



من المعادلة اعلاه يكون الانطلاق حقيقي لقيم (x) عندما $V_{(x)} \leq E$ وهذا يعني ان حركة الجسم ستكون محصورة بالمنطقة التي يتحقق فيها هذا الشرط وعندما تكون الطاقة الكامنة مساوية للطاقة الكلية سيكون الانطلاق مساوياً للصفر. وهذا يعني ان الجسم سيتوقف ويعكس حركته في تلك النقاط والتي تسمى بنقاط الرجوع.

* From eq (1) $\quad F_{(x)} = \frac{dT}{dx}$

but $\quad dT = -dV_{(x)}$ --- (2)

$\therefore F_{(x)} = -\frac{dV_{(x)}}{dx}$ then the work for 3 dimension

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \left(F_x dx + F_y dy + F_z dz \right)$$

but $\Rightarrow$ $F_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$, $F_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$, $F_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$

* Force as a function of Velocity

The differential equation is:

$$F_{(v)} = m\frac{dv}{dt} \quad ---- \quad ① \Rightarrow \int dt = \int \frac{m\,dv}{F_{(v)}}$$

$$\left[t = \int \frac{m\,dv}{F_{(v)}} = t_{(v)} \right]$$ الزمن كدالة للسرعة

$$V_{(t)} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int dx = \int V_{(t)}\, dt$$

$$\left[x = \int V_{(t)}\, dt = x_{(t)} \right]$$ الموضع كدالة للزمن

$$F_{(v)} = mv\frac{dv}{dx}$$

$$dx = \frac{mv\,dv}{F_{(v)}}$$

$$\left[x = \int \frac{mv\,dv}{F_{(v)}} = x_{(v)} \right]$$ الموضع كدالة للسرعة

$$V_{(x)} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int dt = \int \frac{dx}{V_{(x)}}$$

$$\left[t = \int \frac{dx}{V_{(x)}} = t_{(x)} \right]$$ الزمن كدالة للموضع

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

" Force as a function of time "

$$F_{(t)} = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow \int dv = \int \frac{F_{(t)}\,dt}{m}$$

$$v = \int \frac{F_{(t)}\,dt}{m} = v_{(t)}$$

الاستاذ المساعد
فراس محمود هادي

$$v_{(t)} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int dx = \int v_{(t)}\,dt$$

$$x = \int \left[\frac{F_{(t)}\,dt}{m}\right] dt = x_{(t)}$$

الاستاذ المساعد
فراس محمود هادي

D

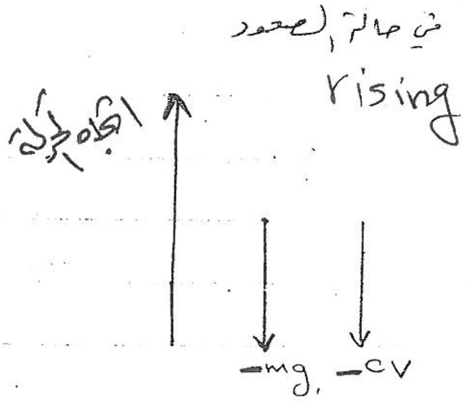
Vertical Motion in a Resisting Medium
Terminal velocity

An object falling vertically through the fluid, the

(1) resistance of this fluid is proportional to the first power of (v), if the motion is low.

(2) if the motion is fast the resistance is proportional to the second power of (v)

(1) Let us take the x-axis to be positive upward. The differential equation of motion is



$$-mg - cv = m\frac{dv}{dt}$$

$$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{m\,dv}{-mg-cv} \Big] \frac{-c}{-c}$$

$$t = \frac{-m}{c}\int_{v_0}^{v} \frac{-c\,dv}{-mg-cv}$$

$$= \frac{-m}{c} \ln(-mg-cv)\Big]_{v_0}^{v}$$

$$= \frac{-m}{c}\left(\ln(-mg-cv) - \ln(-mg-cv_0)\right)$$

$$t = \frac{-m}{c}\ln\frac{-mg-cv}{-mg-cv_0} = \frac{-m}{c}\ln\frac{mg+cv}{mg+cv_0}$$

$$\frac{-ct}{m} = \ln\frac{mg+cv}{mg+cv_0}$$

$$e^{-ct/m} = \frac{mg+cv}{mg+cv_0}$$

$$mg + cv = (mg + cv_0)\,e^{-ct/m}$$

$$v = \frac{-mg}{c} + \left(\frac{mg}{c} + v_0\right)e^{-ct/m}$$

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

بعد مرور وقت كافي حيث $t >> \frac{m}{c}$ يمكن اهمال المقدار الاسي اي ان السرعة تقترب من $\left(\frac{-mg}{c}\right)$ وتسمى بهذه الحالة بسرعة المنتهى.

سرعة المنتهى :- هي تلك السرعة التي تكون فيها قوة المقاومة مساوية تماماً ومعاكسة لوزن الجسم بحيث محصلة القوة الكلية على الجسم تساوي صفر.

terminal velocity:- it is that velocity at which the force of resistance is just equal and opposite to the weight of the body, so that the total force is zero.

Terminal Velocity $\quad v_t = \frac{mg}{c}$

Characteristic time $\quad \tau = \frac{m}{c}$
الزمن النوعي

$$\therefore \quad v = -v_t (v_t + v_0)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$$

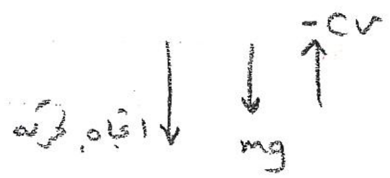
$$\therefore \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t \left(-v_t + (v_t + v_0)\, e^{-\frac{t}{\tau}}\right) dt$$

$$x - x_0 = -v_t t + (v_t + v_0)\int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}}\, dt$$

$$\boxed{x = x_0 - v_t t - \tau (v_t + v_0)\left[e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right]}$$

في حالة الهبوط المعادلة التفاضلية falling

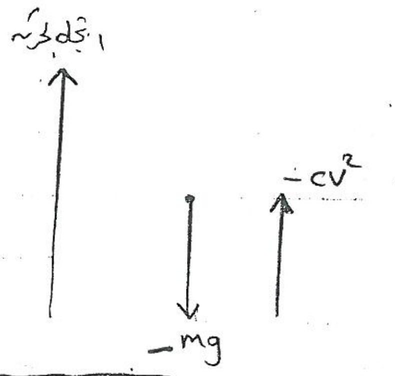
$$-mg + cv = m\frac{dv}{dt}$$



(2) if the motion is fast the resistance is proportional to the second power of (v)

١) في حالة الصعود

rising



$$-mg - cv^2 = m\frac{dv}{dt}$$

$$\int_{t_0}^{t} dt = \int_{v_0}^{v} \frac{m\,dv}{-mg - cv^2}$$

$$t - t_0 = -\frac{m}{c}\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{\frac{mg}{c} + v^2}$$

Not $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$

$$t - t_0 = \frac{-m}{c}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{mg}{c}}}\tan^{-1}\frac{v}{\sqrt{\frac{mg}{c}}}$$

$$t - t_0 = -\sqrt{\frac{m^2}{c^2}}\sqrt{\frac{c}{mg}}\tan^{-1}\frac{v}{\sqrt{\frac{mg}{c}}}$$

$$t - t_0 = -\sqrt{\frac{m}{cg}}\tan^{-1}\frac{v}{\sqrt{\frac{mg}{c}}}$$

in this case the terminal velocity $(v_t) = \sqrt{\frac{mg}{c}}$

and the characteristic time $(\tau) = \sqrt{\frac{m}{cg}}$

$$\therefore t_0 - t = \tau\tan^{-1}\frac{v}{v_t} \Rightarrow \tan^{-1}\frac{v}{v_t} = \frac{t_0 - t}{\tau}$$

نأخذ tan للطرفين

$$t = -\tau\tan^{-1}\frac{v}{v_t} + t_0 \longrightarrow \text{rising}$$

$$v = v_t\tan\left(\frac{t_0 - t}{\tau}\right) \quad \text{rising}$$

في حالة الهبوط falling

المعادلة التفاضلية $-mg + cv^2 = m\frac{dv}{dt}$

ملاحظة/

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{a}\tanh^{-1}\frac{x}{a}$$

$$t = -\tau\tanh^{-1}\frac{v}{v_t} + t_0 \longrightarrow \text{falling}$$

$$v = -v_t\tanh\left(\frac{t - t_0}{\tau}\right) \longrightarrow \text{falling}$$

ex-1-) For a falling body, If we choose the (x) direction to be positive upward: Find

1. the equation of total Energy
2. turning point
3. Find (v) from energy equation
4. Find (t)

---

(1)
$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 + V_0(x) = \frac{1}{2} m v^2 + V(x)$$
$$\Downarrow$$
$$mg\overset{0}{x} = zero$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + mgx$$

(2) عند نقطة الرجوع

$$E_{\text{كلية}} = V(x)$$

من معادلة الطاقة الكلية

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = 0 + mg\,x_{max}$$

نقطة الرجوع $\left[x_{max} = \dfrac{v_0^2}{2g} \right]$

(3) من معادلة الطاقة الكلية

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + mgx$$

نضرب المعادلة بـ $\left(\frac{2}{m}\right)$

$$v_0^2 = v^2 + 2gx$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 - 2gx}$$

ويعتبر هذا اشتقاق لقيمة v^2 للمعادلة الكلية

4. $v^2 = v_0^2 - 2gx$

$$v = (v_0^2 - 2gx)^{1/2}$$

$$\frac{dx}{dt} = (v_0^2 - 2gx)^{1/2}$$

$$\int_0^t dt = \int_0^x \frac{dx}{(v_0^2 - 2gx)^{1/2}}$$

$$t = \frac{1}{2g}\left[(v_0^2 - 2gx)^{1/2}\right]_0^x$$

$$t = \frac{1}{2g}\left[(v_0^2 - 2gx)^{1/2} - (v_0^2)^{1/2}\right]$$

$$t = \frac{1}{2g}\left[(v_0^2 - 2gx)^{1/2} - v_0\right]$$

الاستاذ المساعد
فراس محمود هادي

ex-2) suppose a block is projected with initial velocity (v_0) on a smooth horizontal plane, but that there is air resistance proportional to (v), $F_{(v)} = -cv$ where c is a constant of proportionality. Find

1. velocity as a function of (t)
2. position as a function of (t)
3. the enough time to move distance (x)

---

1. $$F_{(v)} = mv\frac{dv}{dx} = m\frac{dv}{dt} = -cv$$

$$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{m\,dv}{F_{(v)}} = \int_{v_0}^{v} \frac{m\,dv}{-cv}$$

$$t = \frac{-m}{c}\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v}$$

$$t = \frac{-m}{c} \ln v \Big]_{v_0}^{v} = \frac{-m}{c}(\ln v - \ln v_0) = \frac{-m}{c} \ln \frac{v}{v_0}$$

$$\ln \frac{v}{v_0} = -\frac{ct}{m}$$

$$v_{(t)} = v_0 e^{-\frac{ct}{m}}$$

نستنتج ان السرعة تتناسب اسيا مع الزمن

2. $$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v_{(t)}\,dt$$

$$\int dx = \int_0^t v_0 e^{-\frac{ct}{m}}\,dt$$

$(-\frac{c}{m})$ نضرب ونقسم

$$x = \frac{-m}{c}\int v_0 e^{-\frac{ct}{m}}\left(\frac{-c}{m}\right)dt$$

$$x = \frac{-mv_0}{c} e^{-\frac{ct}{m}} + \text{const}$$

من الشروط الابتدائية

$$t=0 \; , \; v=v_0 \; , \; x=0$$

$$\text{Constant} = \frac{mv_0}{c}$$

$$x = \frac{-mv_0}{c} e^{-ct/m} + \frac{mv_0}{c}$$

$$x = \frac{mv_0}{c}\left(1 - e^{-ct/m}\right) = x(t)$$

$(t=0)$ اقصى مسافة تقطعها الجسم

$$x = \frac{mv_0}{c}$$

(3) $$m\frac{dv}{dt} = -cv = mv\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{dx}{dx}$$

$$m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = -cv$$

$$m\cancel{v}\frac{dv}{dx} = -c\cancel{v}$$

$$m\int_{v_0}^{v} dv = -c\int_0^x dx \Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \frac{-c}{m}x$$

$$v - v_0 = \frac{-c}{m}x$$

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

$$v = \frac{-c}{m}x + v_0 = \frac{dx}{dt}$$

$$dt = \frac{dx}{v_0 - \frac{c}{m}x} \Rightarrow t = \int_0^x \frac{dx}{v_0 - \frac{c}{m}x}$$

نضرب ونقسم على $-\frac{c}{m}$

$$t = \frac{-m}{c}\ln\left(\frac{v_0 - \frac{c}{m}x}{v_0}\right)$$

eq-9) The force acting on a particle varies with the distance x according to the power law

$$F_{(x)} = -K x^n$$

(1) Find the potential energy function

(2) If $v = v_0$ at time $t = 0$ and $x = 0$, find v as a function of x

(3) Determine the turning points of the motion

(1) $$F_{(x)} = -\frac{dV_{(x)}}{dx}$$

$$\int dV_{(x)} = -\int F_{(x)}\,dx = \int K x^n\,dx$$

$$V_{(x)} = \frac{K x^{n+1}}{n+1} + \text{constant}$$

من الشروط الابتدائية يمكن معرفة ثابت التكامل

$t = 0$, $x = 0$

$\therefore \text{Constant} = V_{(x)}$, $V_{(x)} = mg\overset{\text{صفر}}{x}$

$\therefore V_{(x)} = \text{zero}$

$\therefore \text{constant} = \text{zero}$

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

الطاقة الكامنة $\therefore V_{(x)} = \dfrac{K x^{n+1}}{n+1}$

(2) $$\frac{1}{2} m v_0^2 + V_{(x_0)} = \frac{1}{2} m v^2 + V_{(x)} = E$$ قانون حفظ الطاقة

$$\left.\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 - V_{(x)}\ \right] * \frac{2}{m}$$

$$v^2 = v_0^2 - \frac{2}{m}\,\frac{K x^{n+1}}{n+1}$$

$$v_{(x)} = \left[v_0^2 - \frac{2K x^{n+1}}{m(n+1)} \right]^{1/2}$$

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

(3) عند نقطة الرجوع الطاقة الكامنة = الطاقة الكلية

والسرعة تساوي (صفر)

$$V_{(x)} = E$$

$$v_{(x)} = 0$$

$$0 = \sqrt{v_0^2 - \frac{2kx^{n+1}}{m(n+1)}}$$

$$v_0^2 = \frac{2k\,x^{n+1}}{m(n+1)}$$

$$x^{n+1} = \frac{m(n+1)v_0^2}{2k}$$

$$x = \left[\frac{m(n+1)v_0^2}{2k}\right]^{\frac{1}{n+1}}$$

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

eq-15) The force acting on a particle of mass (m) is given by $F = kvx$, k, is a constant.
The particle passes through the origin with speed v_0 at time $t=0$. Find (x) as a function of (t).

حسب قانون نيوتن الثاني

$$k\cancel{v}x = m\cancel{v}\frac{dv}{dx}$$

$$m\,dv = kx\,dx \Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \frac{k}{m}\int_0^x x\,dx$$

$$v - v_0 = \frac{kx^2}{2m} \Rightarrow v = v_0 + \frac{kx^2}{2m} = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v\,dt \Longrightarrow dt = \frac{dx}{v}$$

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

$$\int_0^t dt = \int_0^x \frac{dx}{v_0 + \frac{kx^2}{2m}}$$

$$t = \frac{2m}{k}\int_0^x \frac{dx}{\frac{2mv_0}{k} + x^2}$$

ملاحظة

$$\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$$

$$t = \frac{2m}{k}\,\frac{1}{\sqrt{\frac{2mv_0}{k}}}\,\tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{\frac{2mv_0}{k}}}$$

$$\tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{\frac{2mv_0}{k}}} = \frac{kt\sqrt{\frac{2mv_0}{k}}}{2m}$$

بأخذ tan للطرفين ثم يتم استخراج قيمة (x)

الأستاذ المساعد
فراس محمود هادي

(11)

eq-6) A block slides on a horizontal surface which has been Lubricated (مزيت) with a heavy oil such that the block suffers a viscous resistance that varies as the square root of the speed:. $F_{(v)} = -cv^{1/2}$

If the initial speed of the block is v_0 at time $t=0$, find the values of (v) and (x) as a functions of the time (t).

الأستاذ المساعد فراس محمود هادي

$$m\frac{dv}{dt} = -cv^{1/2}$$

نجري التكامل لايجاد قيمة (v)

$$\int_{v_0}^{v} v^{-\frac{1}{2}}\, dv = \frac{-c}{m}\int_0^t dt \Rightarrow v^{1/2}\Big]_{v_0}^{v} * 2 = \frac{-ct}{m}$$

$$\sqrt{v} - \sqrt{v_0} = \frac{-ct}{2m} \Rightarrow \sqrt{v} = \sqrt{v_0} - \frac{ct}{2m}$$

$$v = \left[\sqrt{v_0} - \frac{ct}{2m}\right]^2$$

الأستاذ المساعد فراس محمود هادي

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \left(v_0 - \frac{2ct}{2m}\sqrt{v_0} + \frac{c^2t^2}{4m^2}\right)dt$$

ثم نكمل

الأستاذ المساعد فراس محمود هادي

ex) The force acting on a particle is $F = a e^{bt}$, Find $(v),(x)$ as a function of time, where / when this particle is stopped? (a, b) is Constant?

$$F = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t \frac{F\,dt}{m}$$

الاستاذ المساعد
فراس محمود هادي

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t \frac{a e^{bt}\,dt}{m} = \frac{a}{mb}\int_0^t b e^{bt}\,dt$$

$$v - v_0 = \frac{a}{mb} e^{bt}\Big]_0^t = \frac{a}{mb}\left(e^{bt} - 1\right)$$

السرعة كدالة للزمن $v = v_0 + \frac{a}{mb}\left(e^{bt} - 1\right) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$

$$\int_0^x dx = \int_0^t \left(v_0 + \frac{a}{mb}\left(e^{bt} - 1\right)\right) dt$$

$$x = \int_0^t v_0\,dt + \int_0^t \frac{a}{mb} e^{bt}\,dt - \int_0^t \frac{a}{mb}\,dt \quad \text{---} (1)$$

المسافة كدالة للزمن $x = v_0 t + \frac{a}{mb^2}\left(e^{bt} - 1\right) - \frac{a}{mb} t$

عندما يتوقف الجسم فان $v = 0$

$$0 = v_0 + \frac{a}{mb}\left(e^{bt} - 1\right)$$

$$\frac{a}{mb} e^{bt} = \left(\frac{a}{mb} - v_0\right)$$

الاستاذ المساعد
فراس محمود هادي

$$e^{bt} = \left(1 - \frac{v_0 mb}{a}\right) = \frac{a - mbv_0}{a}$$

$$bt = \ln\left(\frac{a - mbv_0}{a}\right)$$

$$\therefore t = \frac{1}{b}\ln\left(\frac{a - mbv_0}{a}\right)$$

نعوض هذه النتيجة في المعادلة رقم (1) نحصل على الموقع الذي يتوقف عنده الجسم