الفصل الرابع

تحريك الأجسام

(Dynamics)

1-4 تمهيد

درسنا حتى الآن كيف تتحرك الأجسام بتحديد موضعها وسرعتها وتسارعها في كل لحظة من الزمن، واستخلصنا العلاقات الرابطة بين متغيرات الحركة دون التطرق للسبب الذي يجعل الأجسام تتحرك بهذا الشكل أو ذاك. وقد درس يوهان كبلر (*Johannes Kepler* 1571-1630) حركة الكواكب في المجموعة الشمسية فترة طويلة وتابع حركة كل منها مع مرور الزمن، وتوصل إلى أن كل منها يسير في مسار محدد حول الشمس على شكل قطع ناقص تقع الشمس عند أحد محرقيه (بؤرتيه) وماسحا خلال دورانه مساحات متساوية في أزمنة متساوية، وغير ذلك من القوانين التي تسمى قوانين كبلر. وكذلك فإن جاليليو جاليلي درس السقوط الحر للأجسام ووجد أن لها تسارعا ثابتا قرب سطح الأرض وأنها تتحرك شاقوليا للأسفل دوما. لكن كبلر وجاليلي لم يعطيا السبب الذي يجعل الأجسام تتحرك بهذا الشكل أو ذاك. ويسمى هذا في الميكانيك **علم الحركة** *(kinematics)*.

لكن دراسة سبب حركة الأجسام بدأ بقوانين التحريك (أو مايسمى أحيانا قوانين نيوتن) التي تجيب على السؤال المهم وهو لماذا تتحرك الأجسام أصلا وما الذي يحدد نوع الحركة وشكل المسار وغيرها. لذا ندرس في هذا الفصل **متغيرات التحريك** وأهمها **القوة** و**العطالة** (أو **القصور الذاتي**)، ونربطهما بمتغير الحركة الأساس وهو **التسارع**، من خلال **قوانين التحريك** *(dynamics)*. ثم ندرس أهم القوى التي تؤثر عادة على الأجسام وكيف نحددها في كل مسألة. وننتقل بعد ذلك

لدراسة بعض تطبيقات قوانين التحريك كاتزان الأجسام، وحركات المصاعد والوزن الظاهري، وانزلاق جسم على مستو مائل، وحركة منظومة جسيمات مرتبطة ببعضها، والقوى المركزية ومصادرها. ثم ننهي الفصل بدراسة قوة الجاذبية وتغيرها مع المسافة لأهميتها.

2-4 الكتلة *(mass)*

عندما نتكلم عن أجسام مادية فإننا نصفها بخواص معينة، فنقول إن الجسم صغير أو كبير، مشحون أو غير مشحون، ممغنط أو غير ممغنط، وغير ذلك. وتتميز كل خاصة من هذه الخواص بالتأثير الناتج عنها على الأجسام الأخرى. وسنعرف في هذه الفقرة خاصية الكتلة حيث اعتاد البعض تعريفها **بمقدار مايحويه الجسم من مادة**. إلا أن هذا التعريف لايفسر مانعنيه بكلمة كتلة إذ أن المادة المحتواة في جسم مؤلفة من كتلة، أي أننا نعرف الكتلة بالكتلة! لذا نلجأ لتعريف الكتلة بطريقة مختلفة. فإذا طلبنا من شخص أن يتأكد فيما إذا كان لجسم ما كتلة فإنه يقوم بوزنه لكن وزن الجسم لايظهر لولا وجود الأرض (كتلة أخرى) تجذبه للأسفل فيظهر تأثيرها عليه بما نسميه قوة الثقل أو الوزن. فلمعرفة فيما إذا كان لجسم كتلة احتجنا لكتلة أخرى لتحسس التأثير المتبادل بينهما، ولو اختفت كتلة واحد منهما لاختفى هذا التأثير مباشرة. لذا نعطي للكتلة **تعريفا تأثيريا** *(operational definition)* فنقول إن للجسم كتلة إذا استطاع أن يؤثر على غيره من الكتل بقوة التجاذب الكتلي. والتعريف السابق ينطبق على أي خاصة طبيعية أودعها الله عز وجل في المواد، كالكتلة والشحنة والفتل والخواص الأخرى التي توصف بها الأجسام الأولية. فإن كان لجسم خاصة ما عندئذ يؤثر على أجسام تحوي تلك الخاصة فقط. فالكتل تؤثر على بعضها بقوة الجاذبية، والشحنات تؤثر على بعضها بقوة كولوم الكهربائية، وهكذا. لكن خاصية الكتلة لاعلاقة لها بخاصية الشحنة بمعنى أن جسما مشحونا لايؤثر على آخر غير مشحون بقوة تجاذب أو تنافر كهربائي، كما أن جسما له كتلة لايؤثر بقوة تجاذب كتلي على آخر عديم الكتلة.

وتكون كتلة جسم كبيرة بالمقارنة مع غيره من الأجسام إذا كان تأثيره عليها أوضح من تأثره بها، أي إذا كان تسارعها نتيجة تأثرها به أكبر من تسارعه نتيجة تأثيرها عليه. ومن أفضل الأمثلة على ذلك قوة التجاذب بين الأرض وكرة تطير في الهواء إذ أن لكل واحدة منهما كتلة وتؤثر على الأخرى بقوة الجاذبية لكن الكرة تكتسب تسارعا أكبر لأن كتلتها أصغر بينما تبقى الأرض ساكنة تقريبا لأن كتلتها كبيرة جدا بالمقارنة مع الكرة. أما لو تابعنا حركة الأرض بالنسبة للشمس لوجدنا أن الأرض هي التي تتحرك في هذه الحالة لأن الشمس أكبر منها بكثير.

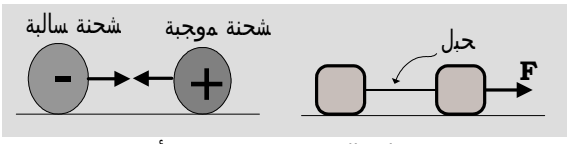
وتقدر الكتلة في النظام الدولي للوحدات بالكيلوغرام kg، كما نعلم.

4-3 القوة *(force)*

إن تعريف القوة ليس صعبا للغاية، فشد صندوق بواسطة حبل، أو دفع سيارة معطلة، أو رفع أثقال، ماهي إلا أمثلة على بعض القوى التي نطبقها أو نشعر بها يوميا. ونلاحظ أن كل قوة من هذه القوى تحرك الجسم الذي تؤثر عليه إن كان ساكنا، أو تغير سرعته إن كان متحركا. **فالقوة هي مؤثر يغير الحالة التحركية** للجسم وينتج عنها تسارع يغير قيمة و/أو اتجاه سرعة الجسم.
ويرمز للقوة عادة بـ **F** وتقدر وحدتها في النظام الدولي **بالنيوتن** N، وهي مشتقة من الوحدات الأساس بحيث أن:

$$1\ N = 1\ kg.m/s^2$$

ويمكن "تحسس" قيمة النيوتن لو حملنا بيدنا 100 غرام عندئذ يكون الثقل الذي نشعر به مساويا لواحد نيوتن تقريبا. فوحدة النيوتن ليست كبيرة بالمقارنة مع الأثقال التي نتعامل معها يوميا.
وتتميز بعض القوى أنه يمكن تطبيقها مباشرة على الأجسام الخاضعة لها، كأن نشد جسما موضوعا على الأرض بحبل، أو نضغط زنبركا مثبتا بالحائط. وتسمى هذه القوى **قوى اتصال** *(contact force)*، أي أن هناك تلامس مباشر بين مصدر القوة والجسم الخاضع لها. لكن هناك قوى تؤثر عن بعد كقوة الجاذبية التي تؤثر بها الأرض على الأجسام القريبة منها، أو قوى التجاذب والتنافر الكهربائي بين الأجسام المشحونة، حيث لايوجد تماس مباشر بين مصدر القوة والجسم الخاضع لها، لذا تسمى هذه القوى **قوى تأثير عن بعد** *(action at a distance)*.
ولايوجد فرق بين هذين النوعين من القوى لأنه لو تمعنا بماهية قوى الاتصال لتبين لنا أنها قوى تأثير عن بعد بين الذرات والجزيئات المكونة لمادة الاتصال. انظر الشكل (4-1).



الشكل (4-1)

4-4 قانون نيوتن الأول *(Newton's First Law)*

من المعروف أنه إذا دفع جسم على الأرض فإنه ينزلق عليها مسافة معينة ثم يتباطأ إلى أن يقف. وقد اعتقد القدماء أن سبب ذلك يعود إلى أن طبيعة المادة هي السكون، بمعنى أن حركة أي شي تؤول للسكون. إلا أن التجارب العلمية أظهرت أن ذلك يعود لوجود قوى مقاومة لحركة الجسم المنزلق تعمل على إبطائه حتى يقف، ولو لم تكن موجودة لتابع سيره باستمرار. يطلق على

ماتقدم اسم **قانون نيوتن الأول** الذي نصيغه بالشكل: **يبقى أي جسم على حالته التحركية من سكون أو سرعة ثابتة (قيمة واتجاها) مالم تؤثر عليه محصلة قوى خارجية غير معدومة** ونكتب هذا القانون بالشكل:

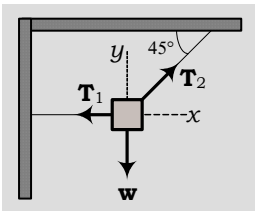
$$\mathbf{F}_T = 0 \;\Rightarrow\; \mathbf{v} = \text{constant} \;\Rightarrow\; \mathbf{a} = 0 \qquad (1\text{-}4)$$

حيث $\mathbf{F}_T$ محصلة القوى المؤثرة على الجسم و**v** و **a** متجهي سرعته وتسارعه، على الترتيب. ونلاحظ من العلاقة السابقة أن كون التسارع مساويا للصفر يعني أن سرعة الجسم ستبقى ثابتة وهذا يسمى **اتزانا** *(equilibrium)*. فإن كانت سرعته مساوية للصفر، أي كان ساكنا ومحصلة القوى عليه تساوي الصفر، فسيبقى كذلك ونقول إنه **متزن سكونيا** *(static equilibrium)*. أما إن كان الجسم يتحرك بسرعة ما ومحصلة القوى عليه معدومة فسيبقى متحركا بنفس السرعة ونفس الاتجاه ونقول إنه في حالة **اتزان حركي** *(static equilibrium)*. ولذلك نطلق على التسارع (أي تغير السرعة) اسم **دليل التحريك** بينما نسمي القوة **سبب التحريك**.

ونستنتج عندئذ من قانون نيوتن الأول أنه **إذا لم يكن هناك سبب للتحريك** ($\mathbf{F}_T$=0) **فسيختفي دليله** (**a**=0). ولابأس من التنويه إلى أن العلاقة (1-4) ليست قانونا يربط بين متغيرات مختلفة بل هي تعريف للقوة كمسبب لتحريك الجسم. ويستفاد من قانون نيوتن الأول لدراسة الاتزان السكوني للأجسام، كما في المثل التالي.

مثل 4-1

يتزن جسم تحت تأثير القوى الثلاث الموضحة بالشكل (4-2). ماقيمة كل شد إذا كان w=50 N؟



الشكل (4-2)

الحل: بما أن الجسم متزن نكتب محصلة القوى تساوي الصفر:

$$\mathbf{w} + \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 = 0$$

وبأخذ مركبات هذه العلاقة على المحورين ox وoy الموضحين في الشكل(4-2) نجد:

$$T_1 \cos 45° = T_2$$

و

$$T_1 \sin 45° = w$$

ومنه:

$$T_1 = 71 \text{ N}$$

و

$$T_2 = 50 \text{ N}$$

4-5 قانون نيوتن الثاني *(Newton's second Law)*

نعالج في هذه الفقرة الحالة الأساس في الميكانيك عندما تكون محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم ما (أي سبب التحريك) لاتساوي الصفر. حيث نلاحظ من قانون نيوتن الأول أنه عندما تكون $\mathbf{F}_T \neq 0$ فإن $\mathbf{a}_T \neq 0$ أيضا. فهناك ارتباط بين وجود الأول ووجود الثاني. ويمكن التحقق من نوع التناسب بينهما بدفع جسم بقوة ما على سطح ناعم جدا كالجليد، بحيث يمكن إهمال الاحتكاك بينهما، فنجد أنه يكتسب تسارعا معينا ولو ضاعفنا القوة لتضاعف التسارع مباشرة. أي أن **التسارع يتناسب طردا مع القوة المؤثرة**. من جهة أخرى، لو أبقينا القوة التي ندفع بها الجسم ثابتة وضاعفنا كتلته لوجدنا أن التسارع يتناقص إلى النصف. أي أن **التسارع يتناسب عكسا مع كتلة الجسم**. ونكتب هاتين النتيجتين بالشكل:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_T}{m} \qquad (2\text{-}4)$$

وتكتب العلاقة السابقة بالشكل الشائع:

$$\mathbf{F}_T = m\mathbf{a} \qquad (3\text{-}4)$$

ويطلق على أي من (2-4) أو (3-4) اسم قانون نيوتن الثاني الذي نصيغه على النحو: **يتناسب تسارع جسم طرديا مع محصلة القوى المؤثرة عليه وعكسيا مع كتلته**. وبالحقيقة فإن (2-4) ليست قانونا بالمعنى الحرفي بل هي **تعريف تحريكي للكتلة** *(dynamic definition)*، حيث نلاحظ أنه إذا أثرنا على جسمين ساكنين بقوة واحدة فإن تحريك الجسم الأكبر أصعب من تحريك الجسم الآخر. وكذلك، إذا كان الجسمان يتحركان بنفس السرعة وحاولنا إيقافهما بالتأثير عليهما بنفس القوة للاحظنا أن الأكبر يمانع ذلك أكثر من الجسم الأصغر. أي أنه كلما زادت كتلة الجسم كلما أصبح من الصعب أن نغير حالته التحركية سواء كانت سكونا أم حركة. فالكتلة تمثل ممانعة *(inertia)* ونقول إن **الكتلة هي مقدار ممانعة الجسم لأي تغيير في حالته التحريكية الانتقالية**. ونستفيد من تعريف الكتلة بهذا الشكل التحريكي لصياغة قانون التحريك الأساس للأجسام (العلاقة (2-4)) بالشكل: **يتناسب دليل تحريك الأجسام طردا مع سببه وعكسا مع ممانعته**. وسنرى لاحقا كيف نستفيد من هذا التعريف العام لكتابة تسارع أي منظومة مباشرة مهما كان نوع الحركة.

مثل 4-2

يتحرك جسم كتلته 2 kg بدءا من السكون على خط مستقيم بتسارع ثابت فيقطع مسافة 8 m خلال ثانيتين، ثم يسير بسرعة ثابتة لمسافة 20 m أخرى. ما القوة المؤثرة عليه في كل مرحلة من مراحل الحركة؟

الحل: نحسب تسارع الجسم خلال المرحلة الأولى فنكتب:

$$x = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \quad \Rightarrow \quad 8 = \tfrac{1}{2}a(2)^2$$

ومنه: $a = 4\ \mathrm{m/s^2}$

وبوضع: $F = ma$

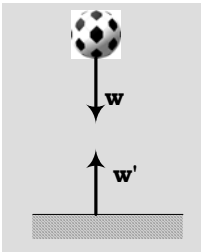
نجد: $F = 8\ \mathrm{N}$

أما في المرحلة الثانية فإن الجسم يتحرك بسرعة ثابتة لذلك تكون القوة المؤثرة عليه معدومة.

6-4 قانون نيوتن الثالث: الفعل ورد الفعل *(Action & Reaction)*

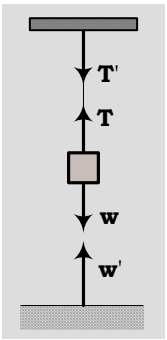
تحدث القوى بشكل مزدوج أو ثنائي دوما. فأي شخص حاول دفع سيارة معطلة لابد وأن شعر بدفع معاكس متناسب مع قوة دفعه لها. وإذا قمنا بشد حبل مربوط طرفه الآخر بجسم ما فإننا نعاني من شد معاكس ناتج عن ذلك الجسم. وتلخص هذه الملاحظات قانون نيوتن الثالث الذي نصيغه بالشكل: **إذا أثر جسم أول بقوة $\mathbf{F}_{12}$ على جسم ثاني فإن الجسم الثاني يؤثر على الأول بقوة $\mathbf{F}_{21}$ بحيث أن $\mathbf{F}_{12}=-\mathbf{F}_{21}$**، حيث يدل الرمز $\mathbf{F}_{nm}$ إلى القوة التي يؤثر بها الجسم n على m. ويطلق على $\mathbf{F}_{12}$ و $\mathbf{F}_{21}$ اسم الفعل ورد الفعل، ولايهم أي منهما هي الفعل أو رد الفعل.

وكثيرا مايقرأ القانون الثالث بالشكل **لكل فعل رد فعل يساويه بالقيمة ويعاكسه بالاتجاه** لكن يجب الانتباه إلى أن هاتين القوتين لاتؤثران على نفس الجسم بل هما قوتان متبادلتان بين جسمين مختلفين دوما. وكمثل مباشر على ذلك نعتبر كرة تسقط سقوطا حرا في الهواء، كما في الشكل (4-3)، وبالتالي فهي تخضع لقوة جذب الأرض لها (الوزن)، كما أنها تجذب الأرض للأعلى بقوة مساوية ومعاكسة لوزنها (وزن الكرة). ونلاحظ أن هاتين القوتين لاتؤثران على نفس الجسم، فواحدة تؤثر على الكرة والثانية تؤثر على الأرض لكننا نلاحظ حركة الكرة فقط لأن ممانعتها (كتلتها) صغيرة جدا بالمقارنة مع ممانعة الأرض.



الشكل (4-3)

مثل 4-3



الشكل (4-4)

حدد قوى الفعل ورد الفعل المؤثرة على النظام المؤلف من كيس كتلته m معلق بسقف الغرفة بواسطة حبل، كما هو موضح بالشكل (4-4).

الحل: نلاحظ أن الجسم يخضع لجذب الأرض بقوة **w** نحو الأسفل لذا يجذبها نحو الأعلى بقوة **w′**. كما أن السقف يشد الجسم للأعلى بقوة **T** فيشده الأخير بدوره بقوة **T′** للأسفل. وبحسب القانون الثالث يكون:

$$\mathbf{T} = -\mathbf{T}' \quad \text{و} \quad \mathbf{w} = -\mathbf{w}'$$

فالشد والوزن ليستا قوتي فعل ورد فعل، كما يعتقد البعض، بل قوتان مختلفتان تؤثران على الجسم، لكن إذا كان الجسم متزنا عندئذ تكون محصلة القوى المؤثرة عليه مساوية للصفر، أي أن $\mathbf{T} = -\mathbf{w}$. أما إذا كان الوزن أكبر من الشد فإن الحبل سينقطع ويسقط الكيس للأسفل، ولو كان الشد أكبر من الوزن عندئذ يتحرك الجسم للأعلى (كمصعد يرتفع).

لكل فعل رد فعل: من يدفع من في هذه الصورة؟

4-7 أمثلة على القوى وأنواعها

تمثل $\mathbf{F}_T$ في العلاقة (3-4) المجموع المتجه لكافة القوى المؤثرة على الجسم. ومن المصاعب التي يواجهها الطلبة عادة تحديد قيمة واتجاه كل قوة. لذا سنعرف في هذه الفقرة أهم القوى التي نصادفها في المسائل المطروحة عند هذا المستوى في الميكانيك.

1- الوزن w *(weight)*

إذا تركنا جسما يسقط سقوطا حرا في الفضاء فإنه يكتسب تسارع الجاذبية الأرضية **g** وتكون القوة المؤثرة عليه هي:

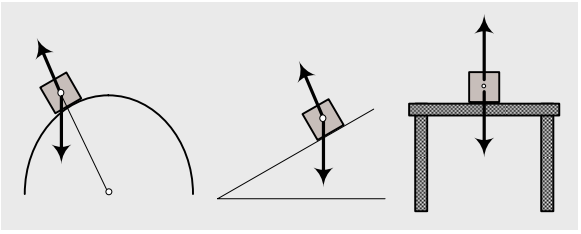
$$\mathbf{F} = \mathbf{w} = m\mathbf{g} \qquad (4\text{-}4)$$

حيث يسمى **w** وزن الجسم ويتجه دوما نحو الأسفل (مركز الجذب).

ونلاحظ أن وزن جسم يعتمد على كتلته وتسارع الجاذبية في المكان الذي يوجد به. وبالطبع فإن كتلة الجسم لاتتغير (طالما كانت سرعته صغيرة بالمقارنة مع سرعة الضوء) بينما يمكن أن يختلف تسارع الجاذبية من موضع لآخر. ولهذا إذا انتقل جسم من منطقة لأخرى تبقى كتلته ثابتة لكن وزنه يمكن أن يتغير.

2- رد فعل السطح N *(surface reaction or normal force)*

إذا وضعنا جسما على طاولة أفقية، كما في الشكل (4-5أ)، فإننا نلاحظ أنه يبقى ساكنا إذا لم نحاول تحريكه على الرغم من وجود وزن له يحاول سحبه للأسفل، ولو اختفت الطاولة من تحت الجسم لسقط مباشرة تحت تأثير وزنه. نستنتج إذا أن وجود سطح الطاولة يؤدي لوجود قوة معينة على الجسم نطلق عليها اسم **رد فعل السطح** ونرمز لها بـ **N**. وقد يعتقد البعض أن رد الفعل يعاكس الوزن دوما وهذا غير صحيح، إذ لو وضعنا الجسم على سطح مائل بزاوية كبيرة بعض الشئ، كما في الشكل (4-5ب)، لوجدنا أن الجسم ينزلق على السطح مما يعني أن القوة الكلية عليه لاتساوي الصفر. أي أن اتجاه رد الفعل لايعاكس الوزن في هذه الحالة. وبالفعل فإن **رد فعل السطح يتجه دوما عموديا على السطح وبعيدا عنه**. فإذا تحرك الجسم على سطح كرة مثلا فإن رد الفعل يتجه عموديا عليها عند كل نقطة من سطحها، كما في الشكل (4-5ج).



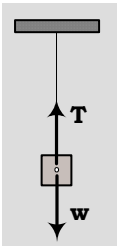
(ج) (ب) (أ)

الشكل (4-5)

وبحسب تعريفه، فإن رد فعل سطح على جسم يضغط عليه يختفي في اللحظة التي ينتهي التماس بينهما، كأن يرتفع الجسم للأعلى مثلا، أو يختفي ضغط الجسم على السطح كصورة معلقة على حائط إذ لاتضغط عليه وبالتالي لاتعاني من قوة رد فعل منه.

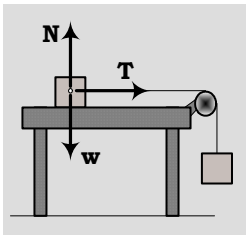
إلى أين يتجه رد فعل الأرض؟

3- الشد T *(Tension)*



الشكل(4-6)

إذا علقنا جسما بطرف حبل مثبت طرفه الآخر بسقف المختبر، كما في الشكل(4-6) لوجدنا أنه يبقى ساكنا ممايعني أن هناك قوة تساوي وتعاكس الوزن نتيجة ارتباط الجسم بالسقف بواسطة الحبل، ونقول إن السقف يؤثر على الحبل بقوة نرمز لها بـ **T**. ولاشك بأن السقف ماكان ليشد الجسم لولا وجود الحبل الواصل بينهما، ولذلك نستنتج أن كل جسم مربوط بحبل يخضع لقوة شد على امتداد الحبل. لكن يجب أن نتذكر أن هذا لايتحقق إلا إذا كان الطرف الآخر للحبل متصل بمؤثر ما، كالسقف في هذا المثل، وإلا فإن ربط سيارة معطلة بحبل وتركه ملقى على الأرض لن يفيد كثيرا في شدها لمحطة لإصلاحها.

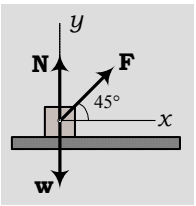


الشكل (4-7)

وكما أن رد فعل السطح **N** لايساوي أو يعاكس الوزن دوما، فإن الشد **T** لايساوي أو يعاكس الوزن بالضرورة. وبالفعل فإننا نرى في الشكل (4-7) أن الجسم يخضع لقوتي الوزن **w** ورد فعل السطح **N** المتساويتين والمتعاكستين في هذه الحالة، إلا أن الشد **T** يؤثر عليه بقوة أفقية تزلقه على السطح إن لم تمنعه قوى الاحتكاك من ذلك، كما سنرى في الفقرة التالية.

مثل 4-4

يشد طالب جسما كتلته 10 kg على طاولة أفقية ملساء بقوة تميل بزاوية 45°، كما في الشكل (4-7). ماقيمة F ورد فعل السطح إذا تسارع الجسم بمعدل $2\ \mathrm{m/s^2}$؟



الشكل (4-7)

الحل: من الواضح أن الجسم خاضع لثلاث قوى هي الوزن ورد فعل السطح وF. لذا نكتب من قانون نيوتن الثاني:

$$\mathbf{F} + \mathbf{N} + \mathbf{w} = m\mathbf{a}$$

وباختيار المحورين ox و oy، كما في الشكل (4-7)، وأخذ مركبات العلاقة السابقة على كل واحد منهما نجد:

$$0 + 0 + F\cos 45° = ma$$

و

$$N - w + F\sin 45° = 0$$

حيث نلاحظ أن تسارع الجسم على المحور oy يساوي الصفر لأنه لايتحرك في ذلك الاتجاه.

وبحل المعادلتين السابقتين بالنسبة لـ F و N نجد:

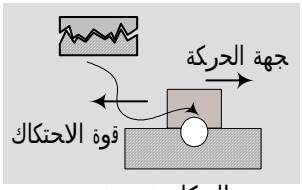
$$N = 78\ \text{N} \quad \text{و} \quad F = 28.3\ \text{N}$$

ومن المفيد هنا التأكيد على أنه كان بالإمكان كتابة التسارع مباشرة من مفهوم تناسب دليل التحريك طردا مع سببه وعكسا مع ممانعته، حيث نلاحظ أن سبب التحريك في هذا المثل هو مركبة القوة الأفقية على محور السينات أي $F\cos 45°$، أما ممانعته فهي كتلة النظام، أي m. ومن ثم نكتب:

$$a = \frac{F\cos 45°}{m} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{ma}{\cos 45°} = 28.3\ \text{N}$$

4- قوة الاحتكاك *(Friction)*

عندما يتحرك جسم أو يحاول الحركة على سطح خشن أو في وسط لزج فإنه يخضع لقوة معاكسة لحركته، تسمى قوة الاحتكاك ناتجة عن التأثير المتبادل بين ذرات الجسم وذرات السطح الملامس له. وتكون **قوة الاحتكاك موازية للسطح بعكس اتجاه الحركة أو الاتجاه الذي يحاول الجسم التحرك نحوه دوما**، كما في الشكل (4-8).



الشكل (4-8)

ومن الواضح أن معرفة تفاصيل قوة الاحتكاك ليس سهلا، كما أن طبيعتها تعتمد على عوامل كثيرة كدرجة الحرارة بين الجسمين المتلامسين والرطوبة وغيرها، لكنها تنتج أساسا من القوى الذرية والجزيئية المتبادلة بين ذرات الجسم والسطح، ولذا فهي تعتمد على نوع وطبيعة كل منهما. وتعطي نتائج التجارب العملية قوانين الاحتكاك التالية:

أ- **قوة الاحتكاك السكوني** *(static friction)*: إذا حاول جسم الحركة على سطح خشن لكنه بقي ساكنا نقول إنه خاضع لقوة احتكاك سكوني بعكس الاتجاه الذي يحاول أن يتحرك نحوه، وتعطى قيمتها بالمتراجحة:

$$\boxed{0 \le F_s \le \mu_s N} \qquad (5\text{-}4)$$

فتتراوح قيمة قوة الاحتكاك السكوني بين الصفر عندما **لايحاول** الجسم الحركة بتاتا على السطح، وتصل لقيمة عظمى

$$\boxed{(F_s)_{\max} = \mu_s N} \qquad (6\text{-}4)$$

عندما يصير الجسم **على وشك الحركة** (دون أن يتحرك)، حيث N رد فعل السطح و μ_s ثابت يسمى **معامل الاحتكاك السكوني** *(coefficient of static friction)*.

ب- **قوة الاحتكاك الحركي** *(kinetic friction)*: إذا تحرك جسم على سطح خشن فإنه يخضع لقوة احتكاك حركي بعكس الاتجاه الذي يتحرك نحوه، وتعطى قيمتها بالعلاقة:

$$F_k = \mu_k N \qquad (7\text{-}4)$$

حيث N رد فعل السطح و μ_k **معامل الاحتكاك الحركي** *(coefficient of kinetic friction)*.
ويعتمد كل من μ_s و μ_k على طبيعة الجسم والسطح، كما ذكرنا سابقا، لكنه لايعتمد على مساحة السطوح المتماسة أو كتلة الجسم المتحرك.
ويجدر الانتباه إلى أن العلاقتين (4-6) و(4-7) تربطان بين قيمة قوة الاحتكاك وقيمة رد فعل السطح لابين اتجاهيهما، إذ أن الأولى موازية للسطح دوما بينما الأخيرة عمودية عليه.

مثل 4-5

يسحب جسم كتلته 2 kg على طاولة أفقية خشنة بواسطة قوة متغيرة F. ماقوة الاحتكاك المؤثرة على الجسم عندما تكون تأخذ F القيم التالية: 1 N, 4 N, 6 N، إذا معامل الاحتكاك السكوني 0.2 والحركي 0.1؟

الحل: لنحسب أولا أكبر قيمة مكنة لقوة الاحتكاك السكوني فنكتب:

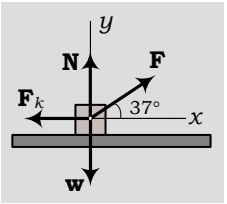
$$(F_s)_{\max} = \mu_s N = \mu_s mg = 4 \text{ N}$$

الآن: إذا تركنا الجسم على السطح دون أن نؤثر عليه بأي قوة فإنه يبقى ساكنا ولايخضع لأي قوة احتكاك لذا تكون قوة الاحتكاك السكوني عندئذ مساوية لقيمتها الصغرى أي صفر. وإذا أثرنا بقوة 1 N فإن السطح يؤثر بقوة احتكاك سكوني معاكسة بقيمة 1 N أيضا بحيث يبقى الجسم ساكنا. وبزيادة القوة الخارجية تدريجيا من 1 N إلى 4 N تزداد قوة الاحتكاك السكوني إلى أن تصير أكبر مايمكن، أي 4 N، وتبقى مانعة للجسم عن الحركة. ولكن عندما تصير القوة الخارجية 4 N تماما يصير الجسم على وشك الحركة بحيث لو زادت عن 4 N **بأي مقدار** لتغلبت على أكبر قوة احتكاك سكوني ولتحرك الجسم على السطح وعندئذ يتحول الاحتكاك إلى حركي وتصبح قوة الاحتكاك حركية تعطى بالعلاقة:

$$F_k = \mu_k N = \mu_k mg = 2 \text{ N}$$

فقيمة قوة الاحتكاك عندما تصير القوة الخارجية 6 N هي ثابتة وتساوي 2 N.

مثل 4-6



الشكل (4-9)

يسحب جسم كتلته 5 kg على طاولة أفقية خشنة بواسطة قوة F=40 N تميل بزاوية 37°، كما في الشكل (4-9). ماتسارع الجسم على الطاولة إذا كان معامل الاحتكاك الحركي بينهما 0.4؟

الحل: نكتب قانون التحريك للجسم حيث نلاحظ أن القوى المؤثرة عليه هي وزنه **w** ورد فعل الطاولة **N** والقوة المطبقة **F** وقوة الاحتكاك الحركي $\mathbf{F}_k$، فنجد:

$$\mathbf{w} + \mathbf{N} + \mathbf{F} + \mathbf{F}_k = m\mathbf{a}$$

وباختيار المحور ox باتجاه حركة الجسم وoy عموديا على الطاولة، كما في الشكل (4-9)، نجد من المركبة السينية للعلاقة السابقة أن:

$$F\cos 37° - F_k = ma$$

ومن المركبة الصادية:

$$N - w + F\sin 37° = 0$$

فحتى نستطيع حساب التسارع يجب معرفة قوة الاحتكاك الحركي. وبما أنها تساوي $\mu_k N$ لذا نحسب قيمة رد فعل الطاولة N من المركبة الصادية فنجد (حيث نضع g=10 m/s² لسهولة الحساب):

$$N = w - F\sin 37° = 50 - 40\sin 37° = 26 \text{ N}$$

أي أن:

$$F_k = \mu_k N = 10.4 \text{ N}$$

وبالتالي نعوض هذه القيمة في معادلة التسارع فنجد:

$$(40)\cos 37° - 10.4 = 5a \Rightarrow a = 4.32 \text{ m/s}^2$$

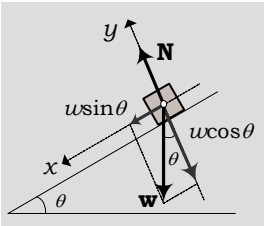
4-8 تطبيقات على قوانين نيوتن

1- انزلاق جسم على مستو مائل بدون احتكاك

لنحدد تسارع جسم m ينزلق على سطح يميل بزاوية θ بدون احتكاك (أي أن السطح ناعم لدرجة يمكن إهمال الاحتكاك بينه وبين الجسم بالمقارنة مع القوى الأخرى)، كما في الشكل (4-10).

فنحدد أولا القوى المؤثرة على الجسم فنلاحظ أن له كتلة أي أن له وزنا **w** نحو الأسفل، كما أنه موجود على سطح فهناك رد فعل **N** عمودي على السطح وبعيدا عنه. ونظرا لأننا أهملنا الاحتكاك فلا توجد قوة احتكاك في هذه الحالة، ونكتب بحسب قانون نيوتن الثاني:

$$\mathbf{w} + \mathbf{N} = m\mathbf{a}$$



الشكل(4-10)

فإذا اخترنا محور السينات موازيا للسطح باتجاه حركة الجسم، ومحور الصادات عموديا على السطح وبعيدا عنه، كما في الشكل (4-10)، وأخذنا مركبات العلاقة السابقة على كل محور نجد أولا من المركبة السينية:

$$w\sin\theta = ma$$

أي أن:

$$a = \frac{w\sin\theta}{m}$$

ونستنتج من هذه العلاقة أن التسارع يتناسب طردا مع سبب التحريك وهي مركبة الوزن الموازية لسطح المستوي $w\sin\theta$، وعكسا مع ممانعة التحريك m.

وبوضع $w=mg$ يصير تسارع جسم ينزلق على مستو مائل بدون احتكاك معطى بالعلاقة:

$$\boxed{a = g\sin\theta} \qquad (8\text{-}4)$$

فتسارع الجسم مستقل عن كتلته.

كما نجد من المركبة الصادية:

$$N = mg\cos\theta$$

وهي قيمة رد فعل السطح في هذه الحالة.

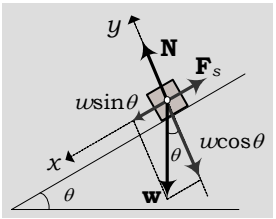
ويمكن البرهان انه لو دفعنا الجسم على السطح المائل للأعلى بسرعة ابتدائية ما وتركناه فإنه يتحرك بداية للأعلى بتباطؤ يساوي:

$$a = -g\sin\theta$$

فيصل لنقطة يتوقف عندها ويعود متحركا على المستوي للأسفل بتسارع معطى بـ (4-8).

2- انزلاق جسم على مستو مائل خشن

لنفترض أننا وضعنا جسما m على مستو أفقي خشن. فإذا رفعنا المستوي من أحد طرفيه بحيث يصنع زاوية صغيرة مع الأرض فإننا نلاحظ أن الجسم يبقى ساكنا تماما بسبب وجود قوة احتكاك



الشكل (4-11)

سكوني معاكسة لحركته وتزداد كلما زاد ميل المستوي، إلى أن يصل لزاوية كبيرة يصير عندها الاحتكاك السكوني أكبر مايمكن ويصبح الجسم على وشك الحركة لكنه يبقى ساكنا ولايتحرك. فإن زاد ميل المستوي أكثر من ذلك انزلق الجسم وتحولت قوة الاحتكاك من سكونية إلى حركية.

ويمكن إيجاد الزاوية التي يصير عندها الجسم على وشك الانزلاق على السطح الخشن حيث تصل قوة الاحتكاك السكوني لقيمتها العظمى وتساوي مركبة الوزن التي تحاول سحب الجسم للأسفل، كما هو موضح بالشكل (4-11). وبما أن الجسم لايزال متزنا، ولو أنه على وشك الانزلاق، لكن محصلة القوى عليه تبقى مساوية للصفر ونكتب:

$$\mathbf{w} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_s = 0$$

وباختيار المحورين ox وoy كما هو موضح نجد من المركبة السينية:

$$w\sin\theta - F_s = 0$$

أي أن

$$F_s = w\sin\theta_s$$

فقوة الاحتكاك السكوني تساوي مركبة الوزن التي تحاول زلق الجسم على المستوي طالما بقي ساكنا عليه.

كما نجد من المركبة الصادية:

$$N - w\cos\theta_s = 0 \Rightarrow N = w\cos\theta_s$$

وبما أن الجسم على وشك الحركة لذا فإن قوة الاحتكاك السكوني تكون أكبر مايمكن، أي أن:

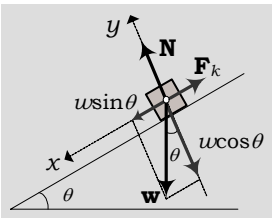
$$F_s = (F_s)_{\max} = \mu_s N = \mu_s w\cos\theta_s$$

ونجد من العلاقات السابقة:

$$\boxed{\tan\theta_s = \mu_s} \qquad (9\text{-}4)$$

حيث θ_s زاوية ميل المستوي التي يصير الجسم عندها على وشك الانزلاق عليه.

لنفترض الآن أن زاوية ميل المستوي أكبر من θ_s بحيث ينزلق الجسم على المستوي وتصير قوة الاحتكاك حركية F_k. عندئذ نكتب من قانون نيوتن الثاني والشكل (4-12):



الشكل (4-11)

$$\mathbf{w} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_k = m\mathbf{a}$$

وبأخذ مركبة العلاقة على ox نجد:

$$w\sin\theta - F_k = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{w\sin\theta - F_k}{m}$$

حيث نلاحظ أن سبب التحريك لايزال مركبة الوزن الموازية للمستوي لكنها تناقصت بسبب الاحتكاك الذي يقاوم الحركة دوما، بينما لاتزال الممانعة هي m لعدم تغير كتلة النظام.

وبوضع

$$F_k = \mu_k N = \mu_k w\cos\theta$$

يصير التسارع

$$\boxed{a = g(\sin\theta - \mu_k \cos\theta)} \qquad (10\text{-}4)$$

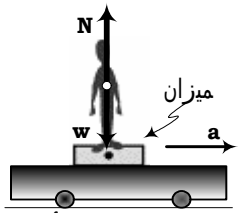
فلا يزال التسارع مستقل عن كتلة الجسم لكن الاحتكاك يجعله أقل من حالة الانزلاق بدون احتكاك طبعا.

3- حركة المصاعد والوزن الظاهري

نستفيد من قانون نيوتن الثاني لتفسير بعض الظواهر اليومية التي نشعر بها. ومنها الشعور الذي ينتاب راكب مصعد عندما يبدأ الحركة للأعلى أو الأسفل، إذ يشعر أن وزنه تغير فجأة "وبهبوط في القلب" وهذا مماثل لراكب الطائرة خلال الإقلاع والهبوط، أو من يتأرجح على مرجوحة أو يغطس في الماء. ويسمى هذا الشعور بتغير الوزن **الوزن الظاهري** *(apparent weight)*.

وسنعتبر فيمايلي حركة المصاعد فقط لسهولتها مع أنه يمكن تعميمها لأوساط أخرى، مثل دافعة أرخميدس التي سنتطرق إليها في فصل لاحق. لكن قبل البدء بدراسة حركة المصاعد لابد أن نذكر شيئا عن الطريقة التي نستعملها لمعرفة وزن أي واحد منا. فعندما يقف أحدنا على ميزان زنبركي أفقي ساكن فإن الميزان يخضع لقوة الثقل، أي وزن الشخص الواقف عليه، فينضغط الزنبرك الموجود فيه ويؤثر بقوة معاكسة للأعلى إلى أن تصير قوة الزنبرك مساوية للوزن. فطالما بقي الميزان ساكنا كانت قوة الزنبرك (أي رد فعل الميزان) مساوية للوزن وهذا مانقرأه عادة. أما إذا تسارع السطح الذي يوجد عليه الميزان عندئذ ستكون هناك قوى أخرى نتيجة ذلك ولايعود رد الفعل مساويا للوزن بالضرورة بل قد يختلف عنه حسب جهة الحركة ونوعها، وهذا مانسميه الوزن الظاهري.

ولدراسة هذه الظاهرة نعتبر شخصا كتلته m يقف على ميزان موضوع على سطح أفقي، كما في الشكل (4-13)، كمصعد في بناء مرتفع. حيث نلاحظ أن القوى المؤثرة على الشخص هي وزنه ورد فعل الميزان ولذلك نكتب قانون نيوتن الثاني بالشكل:



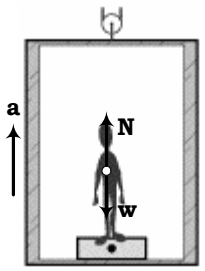
الشكل (4-13أ)

$$\mathbf{w} + \mathbf{N} = m\mathbf{a}$$

ونميز هنا الحالات التالية:

(أ) السطح يتحرك أفقيا، كما في الشكل (4-13أ):

في هذه الحالة لايتسارع الجسم للأعلى أو الأسفل لذا تبقى قيمة رد فعل السطح **N** مساوية للوزن **w**، أي أن قراءة الميزان تعطي الوزن الصحيح للشخص.



الشكل (4-13ب)

(ب) السطح يتحرك شاقوليا للأعلى أو الأسفل بتسارع a:

إذا كان السطح يتحرك للأعلى، كما في الشكل (4-13ب) نعتبر الاتجاه الموجب للأعلى فتؤول العلاقة السابقة للشكل:

$$N - mg = ma$$

وبالتالي يكون رد فعل السطح مساويا إلى:

$$w' = N = w + ma = m(g + a) \qquad (11\text{-}4)$$

فإذا أعتبرنا حركة مصعد يرتفع للأعلى فإنه يتسارع في بداية حركته $(a > 0)$ ويكون $w' > mg$، أي أن الوزن المقروء (الظاهري) أكبر من الوزن الحقيقي. ثم يتحرك المصعد بسرعة ثابتة، أي $a = 0$ ويكون $w' = mg$، أي أن الوزن الظاهري يساوي الوزن الحقيقي. وفي المرحلة الأخيرة من الصعود للأعلى يبدا المصعد بالتباطؤ ليقف، أي $a < 0$، وعندها يصير $w' < mg$ ويكون الوزن الظاهري أصغر من الوزن الحقيقي.

أما إذا كانت حركة السطح للأسفل كنزول المصعد مثلا، عندئذ تؤول معادلة الحركة إلى:

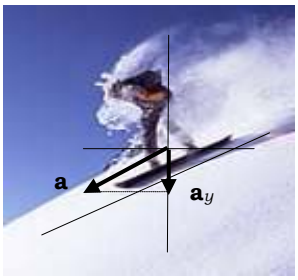
$$w - N = ma$$

أي أن:

$$w' = N = w - ma = m(g - a) \qquad (12\text{-}4)$$

فعند بداية النزول يكون $a > 0$، أي أن $w' < mg$، فقراءة الميزان أصغر من الوزن الحقيقي. وإذا تحرك المصعد بسرعة ثابتة يتساوى الإثنان، وأخيرا يتباطأ المصعد ليقف خلال نزوله، $a < 0$، فيصير $w' > mg$ أي أن الميزان يقرأ وزنا أكبر من الوزن الحقيقي للشخص.

(ج) السطح يتحرك بشكل مائل:



يلاحظ الوزن الظاهري في كل وسط متسارع بشكل غير أفقي أي أن تغير قراة الميزان لاتحدث في أوساط متسارعة للأعلى أوالأسفل فقط بل في أوساط متسارعة بشكل مائل، كالطائرات خلال الإقلاع والهبوط، أو عند انزلاق جسم على مستو مائل. ولمعرفة الوزن الظاهري في حالات كهذه يجب أخذ مركبة التسارع الشاقولية فقط عند استخدام العلاقات (4-11) و (4-12) لحساب رد فعل الميزان (المفترض بقاؤه أفقيا)، لأن المركبة الأفقية للتسارع لاتغير من قيمة رد الفعل.

مثل 4-7

يقف رجل كتلته 70 kg في مصعد يتحرك للأعلى فيقرأ وزنه 850 N. ماتسارع المصعد؟

الحل: بما أن حركة المصعد نحو الأعلى لذا نكتب:

$$N - w = ma$$

وبتعويض كل من m=70 kg و w=mg=686 N و w'=N=850 N نجد

$$a = 2.3 \text{ m/s}^2$$

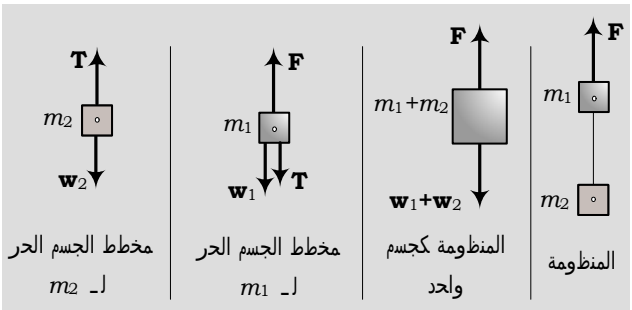
فالمصعد يتسارع في حركته للأعلى.

4-9 حركة منظومة جسيمات وطريقة الجسم الحر *(Free Body Diagram)*

يمكن تطبيق قانون نيوتن على جسم واحد أو عدة أجسام سواء كانت مرتبطة ببعضها أو مستقلة عن بعضها، بحيث نأخذ بعين الاعتبار كتلة الجزء المدروس والقوى الخارجية بالنسبة له والمؤثرة عليه فقط. فإذا اخترنا جسما ما من منظومة مؤلفة من عدة أجسام عندئذ نحدد القوى المؤثرة عليه سواء كان مصدرها أجسام أخرى من المنظومة نفسها أم أجسام خارجية عنها. ويطلق على الشكل الناتج اسم **مخطط الجسم الحر**.

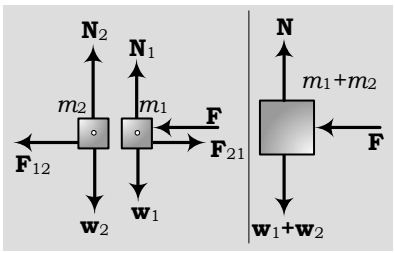
فإذا كان لدينا مثلا جسمان مرتبطان ببعضهما بخيط، كما في الشكل (4-14)، وأردنا دراسة حركتهما كجسم واحد عندئذ نعتبر القوى الخارجية المؤثرة عليهما حيث نلاحظ أنها مؤلفة من

وزنيهما وشد السقف لهما، بينما نهمل الشد في الخيط الواصل بينهما لأنه قوة داخلية متبادلة بين الجسمين ومحصلتها معدومة. أما إذا درسنا حركة أحد الجسمين فقط، مثل m_2، عندئذ نعتبر القوى الخارجية عنه والمؤثرة عليه فقط، فنلاحظ أنها وزنه وشد الجسم الآخر له بواسطة الخيط بينهما، أما السقف فلايؤثر عليه مباشرة ولذلك لانأخذه بعين الاعتبار. ولو أردنا دراسة حركة m_1 فنلاحظ أن القوى المؤثرة عليه هي وزنه وشد السقف فوقه وشد m_2 تحته، وهكذا.



الشكل (4-14)

مثل 4-8



الشكل (4-15)

ماتسارع الكتلتين m_1=2 kg و m_2=3 kg الموضحتين بالشكل (4-15) وما القوة التي يؤثر بها m_1 على m_2 إذا كانت القوة الخارجية المؤثرة على النظام F= 10 N؟

الحل: سنستخدم هذا المثل لتوضيح فكرة الجسم الحر. فنبدأ أولا بحساب تسارع المنظومة كجسم واحد مؤلف من الجسمين المتلاصقين كتلته مجموع الكتليتين والقوى الخارجية عنه هي وزنه ورد فعل السطح الذي يتحرك عليه والقوة F، من ثم نكتب قانون التحريك له:

$$\mathbf{F} + m\mathbf{g} + \mathbf{N} = m\mathbf{a}$$

وبما أن رد فعل السطح في هذه الحالة يساوي ويعاكس الوزن لذا نجد:

$$F = ma = (m_1 + m_2)a$$

أي أن:

$$a = \frac{F}{(m_1 + m_2)} = 2 \text{ m/s}^2$$

فتسارع المنظومة يتناسب طردا مع القوة الفاعلة المحركة وهي القوة الخارجية في هذه الحالة، وعكسا مع ممانعة النظام الكلية، أي كتلة الجسمين معا.

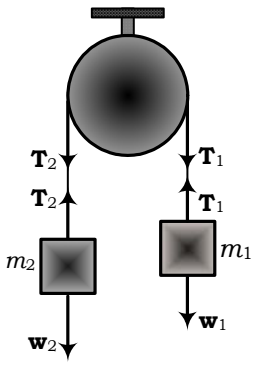
الآن: لإيجاد القوة التي يؤثر بها m_1 على m_2 ندرس حركة الأخير فقط، ونحدد القوى عليه. فنلاحظ أن m_2 يخضع لجذب الأرض، أي وزنه $\mathbf{w}_2$، ورد فعل السطح الذي يتحرك عليه $\mathbf{N}_2$ والقوة $\mathbf{F}_{12}$ التي يؤثر بها m_1 عليه (لاحظ أن m_2 يؤثر على m_1 بقوة $\mathbf{F}_{21}$ مساوية ومعاكسة لـ $\mathbf{F}_{21}$ حسب قانون نيوتن الثالث أي أن $\mathbf{F}_{12}=-\mathbf{F}_{21}$). وبكتابة قانون التحريك لـ m_2 وملاحظة أن رد فعل السطح عليه يساوي ويعاكس وزنه، نجد:

$$F_{12} = m_2 a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F_{12}}{m_2}$$

فتسارع m_2 يتناسب طردا مع القوة الفاعلة المؤثرة عليها، F_{12}، وعكسا مع ممانعتها m_2. ويكون:

$$F_{12} = 6 \text{ N}$$

مثل 4-9 آلة آتوود *(Atwood Machine)*



الشكل (4-16)

آلة أتوود هي مثل على الرافعة التي نستعملها وهي من أقدم الآلات التي استخدمها الإنسان لرفع الأجسام لبساطة تركيبها وسهولة استعمالها. وتتألف من كتلتين m_1 وm_2 مرتبطتين ببعضهما بواسطة خيط خفيف يمر على بكرة نصف قطرها r مثبتة في مكانها، كما في الشكل (4-16)، وسنحدد تسارع المنظومة والشد في الخيط الواصل بين الكتلتين.

الحل: سنفترض أن البكرة ملساء ومهملة الكتلة حتى يمكن تجنب حركتها الدورانية التي سندرسها بالتفصيل لاحقا، ولذلك يكون الشد في الخيط الواصل بين الكتلتين واحدا، أي أن $T_1=T_2$. ومن ثم نعتبر النظام مؤلف من كتلة واحدة m_1+m_2 وخاضع لمحصلة قوة خارجية $\mathbf{F}_T=\mathbf{w}_1+\mathbf{w}_2$ بينما نهمل الشد بين الجسمين لأنه قوة داخلية متبادلة بينهما ومحصلته معدومة. وبذلك نكتب من قانون نيوتن الثاني:

$$\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2 = (m_1 + m_2)\mathbf{a}$$

فإذا افترضنا m_2 تتحرك نحو الأسفل عندئذ نعتبر الاتجاه الموجب للأسفل أيضا وتؤول العلاقة السابقة إلى:

$$w_2 - w_1 = (m_1 + m_2)a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{w_2 - w_1}{m_1 + m_2}$$

ونلاحظ من هذه النتيجة أن القوة المحركة للمنظومة هي الفرق بين وزني الكتلتين، إذ لو كان لهما نفس الكتلة لما تحركت المنظومة على الإطلاق. أما الممانعة فهي كتل كل الأجسام الموجودة في المنظومة بغض النظر عن جهة حركة أي منها سواء تحركت أم لم تتحرك.

وبتعويض $w=mg$ في التسارع نجد:

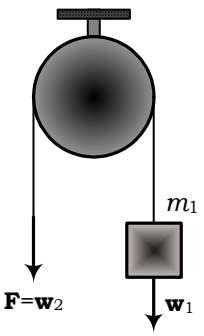
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

الآن: لحساب الشد في الخيط الواصل بين الكتلتين نستخدم طريقة الجسم الحر وندرس حركة أحد الجسمين، مثل m_1، فنكتب قانون نيوتن الثاني لها:

$$T - m_1 g = m_1 a$$

وبتعويض قيمة التسارع a في العلاقة السابقة نجد:

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$



الشكل (4-17)

تعليق: لنفترض أننا استبدلنا m_2 بقوة شد (بواسطة اليد مثلا) قيمتها $F=m_2g$، كما في الشكل (4-17) فهل يتغير تسارع المنظومة؟ قد يبدو لأول وهلة أنه لن يتأثر لأن القوة المحركة $F-m_1g=(m_2-m_1)g$ لم تتغير نتيجة استبدال m_2. لكن لو أمعنا النظر إلى المنظومة لتبين لنا أن ممانعتها قد صارت m_1 فقط. ولذلك تتغير قيمة التسارع إلى:

$$a = \frac{F - m_1 g}{m_1} = \frac{m_2 - m_1}{m_1} g$$

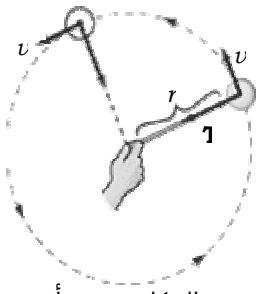
10-4 القوى المركزية *(Central Forces)*

وجدنا في الفصل الثالث أنه إذا تحرك جسم على مسار دائري نصف قطره r بسرعة v فإنه يكتسب تسارعا مركزيا يتجه نحو مركز الدائرة وقيمته:

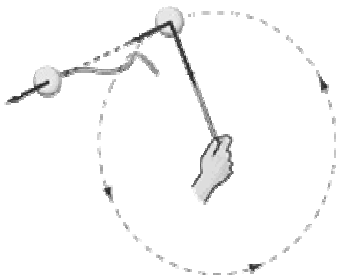
$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

وبحسب القانون الثاني في التحريك يجب أن تكون هناك قوة مؤثرة على الجسم معطاة بالعلاقة:

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r} \qquad (13\text{-}4)$$



الشكل (4-18أ)


الشكل (4-18ب)

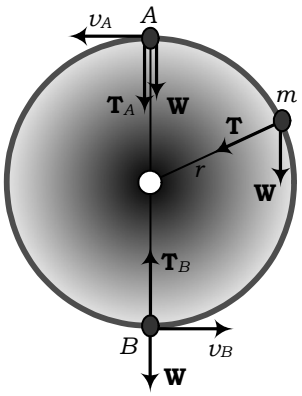
وتتجه هذه القوة، كالتسارع، **نحو مركز الدائرة**. ومن الأخطاء الشائعة عند البعض افتراض أن القوة تتجه بعيدا عن المركز ويطلقون عليها –**خطأ**- اسم **القوة الطاردة**. لكن هذا غير صحيح إذ لاوجود لقوة طاردة مؤثرة على جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة، بل إن القوة المؤثرة عليه **جانبة** نحو المركز *(central)* تعطى قيمتها بالعلاقة (4-13). ويمكن فهم هذه النقطة لو تابعنا حركة كرة مربوطة بخيط، كما في الشكل (4-18أ)، للاحظنا أنها خضعة لقوة شد من يد الشخص الذي يلوح بها، تتجه نحو المركز. وبحسب قانون نويتن الثالث، فإن الكرة تؤثر على يده بقوة مساوية بالقيمة ومعاكسة بالاتجاه، أي بعيدا عن المركز. ولذلك يعتقد البعض أن هناك قوة طاردة أو نابذة. ولو أن الشخص أفلت الكرة من يده لطارت كمقذوف باتجاه مماسي للدائرة لحظة الإفلات، كما في الشكل (4-18ب)، إلا أننا نعتقد أنها تطير بعيدا عنا لأننا عندما نتابع حركتها بالعين نراها تبتعد عنا فنقول إنها خاضعة لقوة طاردة وهذا غير صحيح.

ولابأس من الإشارة إلى أن العلاقة (4-13) هي علاقة رياضية بحتة، بمعنى أننا حصلنا عليها بطريقة رياضية فقط. وبالتالي فعندما يكون هناك جسم يدور على دائرة، أي خاضع لقوة مركزية، فإن أول مايجب أن نسأله هو مامصدر هذه القوة ومالذي يدور هذا الجسم؟ ففي حالة القمر الذي يدور حول الأرض في مسار دائري نلاحظ أن مصدر القوة المركزية المؤثرة عليه هو الأرض التي تجذبه بقوة الجاذبية. وكذلك في حالة الإلكترون الذي يدور حول البروتون في ذرة الهيدروجين حيث يخضع لقوة مركزية مصدرها البروتون الذي يجذبه بقوة كولوم الكهربائية، وهكذا.

مثل 4-11 دوران جسم على دائرة شاقولية

يدور جسم مربوط بخيط خفيف في مسار دائري شاقولي نصف قطره r، كما في الشكل (4-19). ما الشد المؤثر على الجسم عند أخفض وأعلى نقطة من مساره؟

الحل: بما أن الجسم يدور في مسار دائري لذا نلاحظ أن لمحصلة القوى عليه عند أي نقطة من مساره مركبتين واحدة باتجاه المركز وتساوي القوة المركزية mv^2/r التي تغير اتجاه الحركة، والثانية بالاتجاه المماسي وتساوي كتلة الجسم مضروبة بالتسارع المماسي، والتي تغير قيمة سرعة الجسم. فلو اعتبرنا النقطة A من مسار الجسم نجد أن محصلة القوى هناك هي مجموع الشد والوزن وتتجه نحو المركز فنكتب:



الشكل (4-19)

$$T_A + mg = m\frac{v_A^2}{r} \;\Rightarrow\; T_A = m\frac{v_A^2}{r} - mg$$

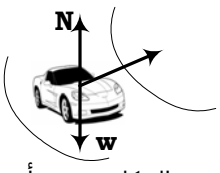
أما عند النقطة B فإن محصلة القوى هي الفرق بين الشد والوزن وبما أنها يجب أن تتجه نحو المركز (لماذا؟) لذا يكون الشد أكبر من الوزن ونكتب:

$$T_B - mg = m\frac{v_B^2}{r} \;\Rightarrow\; T_B = m\frac{v_B^2}{r} + mg$$

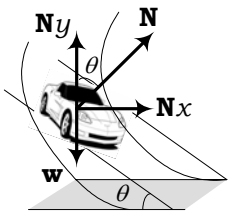
وسنرى من حفظ الطاقة أن $v_B > v_A$ لذلك يكون $T_B > T_A$.

مثل 4-12 دوران سيارة على منعطف

عندما تدور سيارة على منعطف فإنها تحتاج لقوة مركزية لتحقيق ذلك. ففي شوارع المدينة يقوم الاحتكاك عادة بتوفير القوة المركزية الضرورية لأن سرعات السيارات تكون منخفضة عموما. أما في مخارج الطرق السريعة فيتم تصميمها بحيث تكون مائلة بعض الشئ لتوفر القوة المركزية الضرورية. فإذا اعتبرنا سيارة تدور على منعطف بسرعة v فماذا يجب أن تكون زاوية الميل حتى لاتنزلق عليه؟



الشكل (4-20أ)



الشكل (4-20ب)

الحل: من الواضح أن السيارة تخضع لمحصلة قوتين هما وزنها نحو الأسفل ورد فعل الطريق العمودي عليه. فلو كانت الطريق أفقية، كما في الشكل (4-20أ)، لكانت هذه المحصلة مساوية للصفر ولما توفرت القوة المركزية الجانبة نحو مركز المنعطف واللازمة لتدور السيارة عليه. أما لوكانت الطريق مائلة بزاوية θ، كما في الشكل (4-20ب)، لأصبح لرد الفعل مركبتين إحداهما $\mathbf{N}_y$ تساوي

وتعاكس وزن السيارة وتمنع انهيار الأرض تحتها، والثانية $\mathbf{N}_x$ تتجه نحو مركز المنعطف وتؤدي لدوران السيارة. ولذلك نكتب من الشكل (4-20ب):

$$N_y = N\cos\theta = mg \quad \text{و} \quad N_x = N\sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$

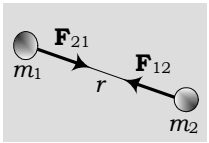
وبأخذ نسبة هاتين العلاقتين نجد:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

وتصمم المنعطفات مائلة بحيث يؤخذ بعين الاعتبار حدود السرعة المسموح بها على الطرق السريعة.

4-11 قانون الجاذبية العام *(Gravity)*

عرفنا في فقرة سابقة وزن جسم بالعلاقة $\mathbf{w} = m\mathbf{g}$ حيث g تسارع الجاذبية الأرضية. وقد كان من المفروض أن نعرف قوة الجاذبية التي تؤثر بها الأرض على الجسم أولا لنستخلص منها تسارع الجاذبية الأرضية. وقد وضع نيوتن **قانون الجاذبية العام** بين أي كتلتين نقطتيتين m_1 وm_2 بينهما مسافة r، كبيرة بالمقارنة مع أبعاد أي منهما، بالعلاقة:



الشكل (4-21)

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad (14\text{-}4)$$

حيث G ثابت الجاذبية وقيمته $G = 6.67\times10^{-11}\ \text{N.m}^2/\text{kg}^2$.

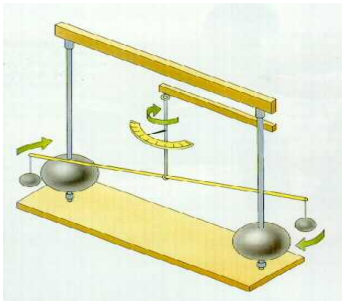
وتتجه قوة الجاذبية التي تؤثر بها m_1 على m_2 **نحو** m_1، كما في الشكل (4-21)، أي أنها قوة تجاذب ولذلك نكتب هذه القوة بشكل متجه على النحو:

$$\mathbf{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\mathbf{r}_1 \qquad (15\text{-}4)$$

حيث $\mathbf{r}_1$ متجه وحدة من m_1 (مصدر القوة) إلى m_2 (الجسم الخاضع لها).

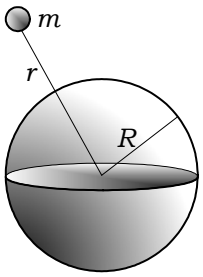
ويمكن التأكد من قانون الجذب العام تجريبيا بإجراء تجربة مماثلة لتلك التي قام بها **هنري كافنديش** *(Henri Cavendish* 1731-1810) عام 1798 مستخدما جهازا مماثلا لذلك الموضح بالشكل (4-22)، حيث تحمل كتلتان متساويتان m على طرفي قضيب خفيف معلق من منتصفه

بسلك ليفي *(fiber)* رفيع، ثم تقرب كتلتان كبيرتان M منهما فتدور كل كتلة m متأثرة بعزم قوة الجاذبية حيث يتم قياس زاوية الدوران بواسطة مؤشر.



الشكل(4-22)

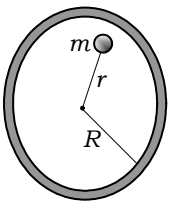
ولابأس من التنويه إلى أن قانون الجاذبية العام (4-15) صحيح بين كتل نقطية فقط (أي تلك التي تكون المسافة بينها كبيرة لدرجة لايمكن تحديد أبعاد أي منها من موقع الآخر فيبدو على شكل نقطة). أما لو أردنا حساب الجاذبية بين أجسام كبيرة فيجب إجراء عمليات تكامل معقدة عموما ولن نتعرض لها في هذا الكتاب. لكننا سنعطي بعض النتائج المفيدة، كما يمكن للقارئ العودة للمراجع المذكورة في آخر الكتاب للاستزادة في هذا الموضوع.



الشكل(4-23)

1- يمكن اعتبار أي جسم كروي نقطة عند حساب قوة الجاذبية الناتجة عنه على أجسام نقطية أخرى. فإذا كان لدينا جسيم نقطي كتلته m على بعد r من مركز جسم كروي كبير كتلته M ونصف قطره $r<R$، كما في الشكل (4-23)، عندئذ نكتب قيمة قوة التجاذب بينهما بالشكل:

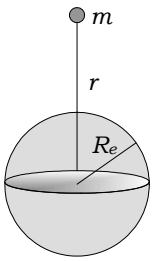
$$F = \frac{GMm}{r^2}$$



الشكل(4-24)

2- محصلة قوة الجاذبية الناتجة عن قشرة كروية على أي جسم داخلها تساوي الصفر. فإذا كان لدينا كرة مفرغة ووضعنا داخلها جسيما m فلايخضع لأي قوة جاذبية إطلاقا، كما في الشكل (4-24). أما إن كان الجسم خارجها فنتعبرها نقطة موجودة في المركز، مثل الحالة السابقة.

12-4 تغير تسارع الجاذبية مع الارتفاع عن السطح



الشكل(4-25)

عرفنا في فقرة سابقة وزن أي جسم mg، لكن هذا الوزن ماهو إلا قوة جذب الأرض له، أي أن قيمتها تعطى بالعلاقة (4-14) ولذلك نستنتج أن تسارع الجاذبية الأرضية على بعد r من مركز الأرض، كما في الشكل (4-25)، هو:

$$g = \frac{GM}{r^2} \qquad (16\text{-}4)$$

فتسارع الجاذبية يعتمد على بعد الجسم عن مركز الأرض ويساوي عند سطح الأرض $r=R_e$:

$$g_R = \frac{GM_e}{R_e^2} \qquad (17\text{-}4)$$

حيث M_e وR_e كتلة الأرض ونصف قطرها، على الترتيب. وهذه هي القيمة التي نستخدمها لتسارع الجاذبية الأرضية قرب سطح الأرض، أي أن:

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2} = 9.801 \text{ m/s}^2$$

مثل 13-4

على أي ارتفاع عن سطح الأرض ينخفض تسارع الجاذبية لنصف قيمته على سطحها؟

الحل: نكتب من العلاقة (16-4):

$$g = \frac{GM_e}{r^2} = \frac{g_R}{2} = \frac{GM_e}{2R_e^2}$$

أي أن: $$r^2 = 2R_e^2 \;\Rightarrow\; r = \sqrt{2}R_e = R_e + h \;\Rightarrow\; h \approx 0.4R_e$$

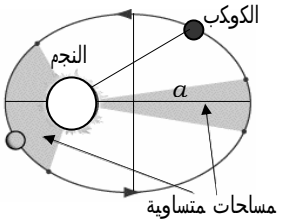
حيث h ارتفاع الجسم عن سطح الأرض. وبتعويض R_e=6370 km نجد h=2640 km تقريبا.

13-4 قوانين كبلر *(Kepler's Laws)*

يوهان كبلر

استحوذت حركة الكواكب والنجوم والأجسام السماوية على اهتمام الإنسان منذ بداية الحياة البشرية. وكان للمسلمين باع طويل في تطوير علم الفلك والإبداع فيه، فرصدوا الكثير من الكواكب والنجوم والمجرات وأطلقوا عليها أسماء لاتزال معروفة حتى يومنا هذا، ورسموا خرائط مفصلة للسماء وطوروا البوصلة الفلكية التي تستخدم من قبل البحارة والرحالة في كل أنحاء العالم. كما درس الإغريق واليونان القدماء، مثل **بطليموس**، الفلك واعتبروا الأرض مركز الكون، إلى أن جاء **نيكولاس كوبرنيكوس** *(Nicolaus Copernicus* 473-1543) ووضع نظرية مركزية الشمس للكون واعتبر أن الكواكب تدور حولها في دوائر. ثم قام **تايكو براهي** *(Tyco Brahe* 1546-1601) بمتابعة حركة مايزد عن 777 جسما سماويا لمدة عشرين سنة تقريبا، وأجرى حسابات دقيقة لمواضعها

مع مرور لزمن. ثم جاء طالبه **يوهان كبلر** *(Johannes Kepler* 1571-1630*)* وحلل هذه المعلومات متوصلا إلى قوانين مهمة تتعلق بحركة الكواكب تسمى **قوانين كبلر** وهي:



الشكل(4-25)

1- قانون المسارات: تتحرك الكواكب (أو الأقمار) في مسارات قطوع ناقصة حول مركز جذبها الذي يقع عند أحد المحرقين (البؤرتين)، كما في الشكل(4-25).

2- قانون المساحات: يمسح الخط الواصل من مركز الجذب إلى الكوكب (أو القمر) مساحات متساوية في أزمنة متساوية.

3- قانون التناسب: يتناسب مربع دور حركة الكوكب (أو القمر) مع مكعب نصف القطر الكبير لمساره، فإذا كان دور الحركة T و نصف القطر الكبير a، عندئذ يكون:

$$T^2 \propto a^3 \qquad (18\text{-}4)$$

ويمكن برهان أن هذه القوانين هي نتيجة مباشرة لقوانين التحريك التي درسناها في هذا الفصل. وكمثل على ذلك سنبرهن قانون التناسب لجسم يدور في مسار دائري نصف قطره a حول مركز جذب كتلته M، عندئذ تكون قوة الجذب التي يخضع لها مركزية قيمتها:

$$F = \frac{GMm}{a^2} = \frac{mv^2}{a}$$

وبملاحظة أن دور الحركة يعطى بالعلاقة:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2\pi a}{v} \;\Rightarrow\; v = \frac{2\pi a}{T}$$

وبتعويض السرعة في علاقة القوة نجد:

$$\boxed{T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)a^3} \qquad (19\text{-}4)$$

فمربع دور الحركة يتناسب فعلا مع مكعب نصف القطر. وهذه العلاقة صحيحة من أجل مسارات قطعية أيضا. ونعطي في الجدول 4-1 بعض خواص كواكب المجموعة الشمسية.

مثل 4-14

ماسرعة قمر صناعي يدور على ارتفاع 1000 km فوق سطح الأرض؟

الحل: نكتب أن قوة جذب الأرض للقمر مركزية بحيث أن:

$$F = \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

حيث M كتلة الأرض و r بعد القمر عن مركزها، أي أن:

$$r = R_e + h = 6370 + 1000 \text{ km} = 7370 \times 10^3 \text{ m}$$

حيث h ارتفاع القمر عن سطح الأرض. وبتعويض الثوابت الواردة في علاقةالسرعة نجد:

$$v = \frac{6.67 \times 10^{-11}\text{N.m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24}\text{kg})}{(7370 \times 10^3\text{m})} \Rightarrow v = 7.35 \times 10^3 \text{ m/s}$$

الجدول 4-1

الجسم	الكتلة (كتلة أرضية)	متوسط نصف القطر (نصف قطر الأرض)	طول السنة (سنة أرضية)	البعد عن الشمس (بعد الأرض)
عطارد (Mercury)	0.05	0.38	0.24	0.39
الزهرة (Venus)	0.82	0.95	0.61	0.72
الأرض (Earth)	1.00	1.00	1.00	1.00
المريخ (Mars)	0.11	0.53	1.88	1.52
المشتري (Jupitor)	317.70	10.97	11.85	5.20
زحل (Saturn)	94.98	9.18	29.63	9.56
أورانوس (Uranus)	14.52	3.66	83.62	19.18
نبيتون (Neptune)	17.22	3.47	165.40	30.08
بلوتو (Pluto)	0.02	0.47	247.78	39.50
القمر (Moon)	0.01	0.27	-	-
الشمس (Sun)	3.33x105	109.26	-	-

ملخص الفصل

قانون نيوتن الأول	$\mathbf{F}_T = 0 \Rightarrow \mathbf{v} =$ ثابت
قانون نيوتن الثاني	$\mathbf{F}_T = m\mathbf{a}$
قانون نيوتن الثالث:	لكل فعل (من جسم أول على جسم ثاني) رد فعل(من الجسم الثاني على الجسم الأول)
وزن جسم	$\mathbf{w} = m\mathbf{g}$
قوة الاحتكاك السكوني	$0 \le F_s \le \mu_s N$
قوة الاحتكاك الحركي	$F_k = \mu_k N$
القوة المركزية	$F_c = m\dfrac{v^2}{r}$
قانون الجذب العام	$F = \dfrac{Gm_1m_2}{r^2}$
تسارع الجاذبية على بعد r من مركز الأرض	$g = \dfrac{GM}{r^2}$

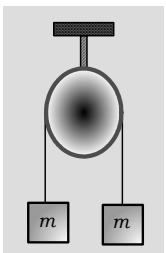
تمارين ومسائل

قانون نيوتن الأول

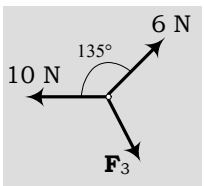
1-4 تعلق كتلتان متساويتان وزن كل واحدة 10 N على طرفي حبل يمر على بكرة معلقة بالسقف بواسطة سلسلة معدنية. ما الشد في الحبل وفي السلسلة، كما في الشكل (4-27)؟

2-4 يخضع جسم مهمل الكتلة إلى ثلاث قوى، كما في الشكل (4-28)، بحيث يتحرك أفقيا بسرعة ثابتة. ماقيمة واتجاه $\mathbf{F}_3$؟

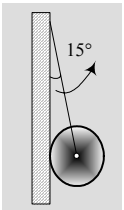
3-4 ما القوة التي يدفع الحائط بها الكرة الموضحة بالشكل (4-29) حتى تبقى متزنة وما الشد في الحبل، مع العلم أن وزن الكرة 800 N؟



الشكل (4-27)

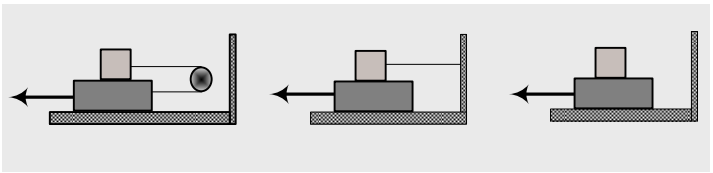


الشكل (4-28)



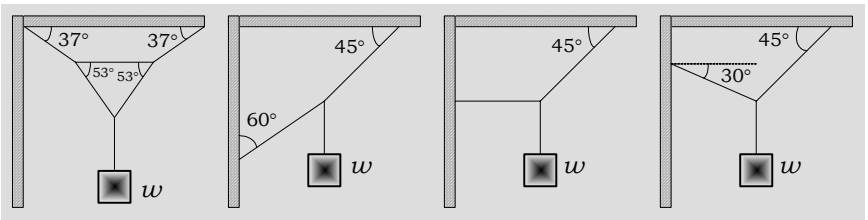
الشكل (4-29)

4-4 توضع الكتلة A فوق B، كما في الأشكال (4-30). ما القوة اللازمة لسحب B بسرعة ثابتة في كل حالة إذا كان وزن A هو 4 N ووزن B هو 8 N ومعامل الاحتاك بين جميع السطوح المتامسة 0.25؟



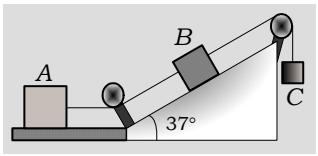
الشكل (4-30)

5-4 ما الشد في كل حبل من الحبال الموضحة بالأشكال (4-31) إذا كان w=20 N؟



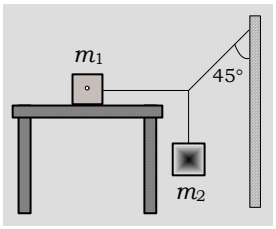
الشكل (4-31)

6-4 تربط الكتل A وB وC كما في الشكل (4-32)، بحيث يتحرك النظام بسرعة ثابتة. (أ) وضح القوى على كل كتلة. (ب) ما الشد في الخيط الوصل بين A وB إذا كان وزن كل واحدة 20 N ومعامل الاحتكاك الحركي بين كافة السطوح المتماسة 0.5؟ (ج) ماوزن C؟



الشكل (4-32)

7-4 ماذا يجب أن يكون معامل الاحتكاك بين m_1 والطاولة في الشكل (4-32) حتى يتزن النظام؟



الشكل (4-32)

قانون نيوتن الثاني

8-4 ما الفرق في وزن سبيكة ذهبية كتلتها 500 g بين موضعين تسارع الجاذبية بالأول 9.7996 m/s² والثاني 9.8094 m/s²؟ هل يعني ذلك أن سعر الذهب يختلف من بلد لآخر؟

9-4 ما تسارع طفل ينحدر على لوح تزلج إلى أسفل تلة مائلة بمقدار 1.5 وماسرعته بعد قطع 50 m بدءا من السكون إذا أهملنا الاحتكاك؟ (ميل مستوي=ظل الزاوية التي يصنعها مع الأفق).

10-4 يتزلج متسابق كتلته 65 kg على منحدر ثلجي ميله°37. (أ) ارسم شكلا مبسطا للقوى المؤثرة عليه وآخر موضحا محصلتها. (ب) ماقيمة واتجاه كل قوة بالنسبة للأفق وماقيمة واتجاه المحصلة؟ (ج) ماتسارع المتزلج؟ (أهمل الاحتكاك).

11-4 تسقط حقيبة كتلتها 40 kg على أرض عربة قطار يتحرك بتسارع ثابت $2\ m/s^2$. (أ) ماقوة الاحتكاك المؤثرة على الحقيبة إذا كان معامل الاحتكاك السكوني بينها وبين أرض العربة هو 0.3 والحركي 0.2؟ ماذا تصير إذا تباطأ القطار بمعدل $-3\ m/s^2$؟

12-4 يخضع جسم كتلته 15 kg موضوع على طاولة أفقية ملساء لقوة أفقية مقدارها 30 N. ماتسارع الجسم وما المسافة التي يقطعها خلال 10 ثانية إذا بدأ من السكون وماسرعته عندئذ؟

13-4 يدخل عدة أشخاص مصعدا لايتحمل كابله شدا أكبر من 24000 N. ما أكبر تسارع يمكن أن يتحرك به المصعد إذا كانت كتلته مع الركاب 2000 kg؟ كيف تتغير الإجابة لو نقل المصعد والركاب إلى القمر حيث الجاذبية 1/6 من قيمتها على الأرض؟

14-4 ماوزن شخص كتلته 60 kg على سطح القمر؟

15-4 تؤثر قوة أفقية موازية لمحور السينات مقدارها 200 N على جسم كتلته 1 kg موجود عند نقطة المبدأ لمدة خمس ثواني فقط ثم تختفي. (أ) ماموضع الجسم وسرعته لحظة زوال القوة؟ (ب) ماسرعة الجسم إذا أعدنا تطبيق القوة بعد 15 ثانية من بداية الحركة؟

16-4 يتحرك جسم كتلته 10 kg على طاولة أفقية خشنة بسرعة ثابتة مقدارها 5 m/s. ماقيمة القوة الخارجية المؤثرة عليه إذا كان معامل الاحتكاك الحركي بينه وبين الطاولة 0.2 وما الزمن اللازم ليقف إذا اختفت القوة الخارجية؟

17-4 ما أقصر مسافة ستقف خلالها سيارة كتلتها 1000 kg تسير بسرعة 80 km/h إذا تركها السائق لتقف بفعل الاحتكاك مع الأرض إذا كان معامل الاحتكاك بينهما 0.3؟

18-4 ما أكبر تسارع يمكن لرجل معلق بحبل أن يتسارع به إذا كانت كتلته 60 kg وكان الحبل لايتحمل شدا أكبر من 425 N؟

19-4 يضغط رجل بقوة ثابتة **F** على يد ممسحة تصنع زاوية θ مع الأرض. ماتسارع الممسحة وكم يجب أن تكون **F** لتسير بسرعة ثابتة إذا كان معامل احتكاكها مع الأرض μ؟

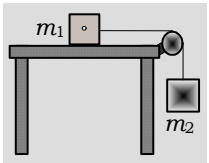
20-4 ماتسارع جسم ينزلق على مستو مائل بزاوية °30 إذا كان المستوي أملسا، أو خشنا بمعامل احتكاك 0.2؟

21-4 يتحرك جسم كتلته 20 kg على مستو مائل بزاوية °37 تحت تأثير قوة أفقية مقدارها 300 N تدفع الجسم للأعلى. (أ) مارد فعل المستوي على الجسم؟ (ب) ماقوة الاحتكاك على الجسم؟ (ج) ماذا يجب أن تكون القوة ليتحرك الجسم بسرعة ثابتة للأعلى؟

22-4 يقف رجل على ميزان في مصعد متحرك للأعلى بتسارع $2.5\ m/s^2$ فيقرأ وزنه 600 N. (أ) ماكتلة الرجل؟ (ب) بين كيف يتحرك المصعد عندما يقرأ الميزان 300 N. (ج) ماقراءة الميزان إذا انقطع الكابل الحامل للمصعد؟

23-4 يرفع جسم كتلته 5 kg بواسطة حبل نحو الأعلى بتسارع ثابت $2\ m/s^2$. (أ) ما الشد في الحبل؟ (ب) كيف يتحرك الجسم لو تغير الشد إلى 50 N؟ (ج) ماسرعة الجسم إذا انقطع الحبل فجأة والشد فيه 50 N فارتفع بعد ذلك 2 m وتوقف لحظيا وسقط عائدا للأرض بعد ذلك؟

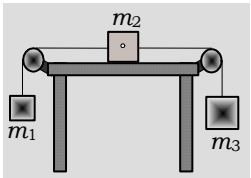
24-4 يقذف جسم كتلته 2 kg على مستو مائل بزاوية °37 للأعلى بسرعة ابتدائية 20 m/s. (أ) ما المسافة التي يقطعها إلى أن يقف وما الزمن اللازم لذلك إذا كان معامل الاحتكاك بينه وبين المستوي 0.3؟ (ب) ما الزمن اللازم للجسم لينزلق على المستوي عائدا للنقطة التي بدأ منها؟



الشكل(4-33)

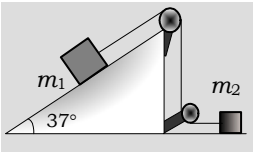
25-4 ماتسارع النظام الموضح في الشكل (4-33) وما الشد في الخيط إذا كان معامل الاحتكاك بين m_1 والطاولة هو μ؟

26-4 تتحرك m_2 في الشكل (4-34) إلى اليمين بتسارع $2\ m/s^2$. ماقيمة m_3 والشد في كل خيط إذا كان معامل الاحتكاك بين m_2 والطاولة هو 0.1 بفرض أن m_1=2 kg وm_2=20 kg؟



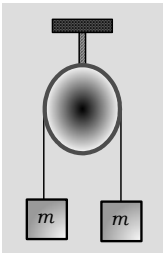
الشكل(4-34)

27-4 ماتسارع النظام الموضح في الشكل (4-35) أذا كان: m_1=m_2=40 kg وما الشد في الخيط إذا أهملنا الاحتكاك ووزن البكرة؟ (ب) ما الزمن اللازم لـ m_2 لتقطع مسافة متر واحد؟



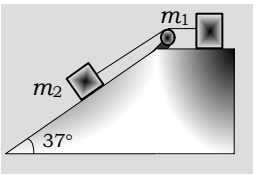
الشكل(4-35)

28-4 (أ) ماتسارع آلة آتوود الموضحة بالشكل (4-36) إذا كانت m_1=3 kg و m_2=2 kg ومسرعة كل كتلة بعدد ثانية واحدة إذا بدأ النظام الحركة من السكون؟ (ب) ما المسافة التي ستقطعها m_2 خلال 2 s بعد أن تصير m_1 تساوي 2 kg فجأة بعد ثانيتين من بدء حركة الكتلتين عندما كانتا غير متساويتين، وما الشد في الخيط في هذه الحالة؟



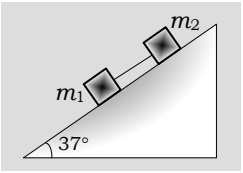
الشكل (4-36)

29-4 ماتسارع النظام الموضح بالشكل (4-37) إذا أهملنا الاحتكاك وكان m_1=10 kg و m_2=1 kg؟



الشكل(4-37)

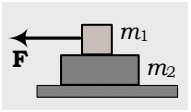
30-4 تنزلق m_1=4 kg و m_2=8 kg على المستوي المائل الموضح بالشكل (4-38) . ماتسارع كل كتلة وما الشد في الخيط إذا كان معامل الاحتكاك بين m_1 والمستوي هو 0.25 وبين m_2 والمستوي 0.5؟



الشكل(4-38)

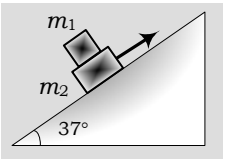
31-4 تتحرك m_1=10 kg في الشكل (4-39) إلى اليسار تحت تأثير قوة أفقية مقدارها 100 N. ما تسارع m_1 وm_2 إذا كانت m_2=40 kg ومعامل الاحتكاك بين الكتلتين 0.4 وبين m_2 والطاولة مهمل تماما؟

32-4 ما الشد اللازم تطبيقه على m_2=10 kg في الشكل (4-40) لتتحرك للأعلى بينما تنزلق m_1=5 kg للأسفل إذا كان معامل الاحتكاك بين جميع السطوح المتماسة 0.2؟



الشكل(4-39)

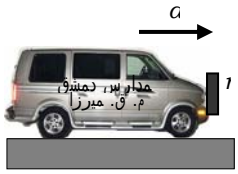
33-4 تسير العربة A في الشكل (4-41) إلى اليمين بتسارع a. ما أقل قيمة لمعامل الاحتكاك بين العربة والكتلة m كي لاتسقط على الأرض؟



الشكل(4-40)

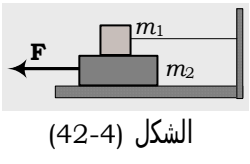
34-4 ماقيمة **F** في الشكل (4-42) لتتحرك m_2 بتسارع 2.5 m/s² إذا كان معامل الاحتكاك السكوني بين جميع السطوح المتماسة 0.6 والحركي 0.4 و m_1=6 kg و m_2=10 kg؟

35-4 يتحرك النظام الموضح في الشكل(4-43أ) بسرعة ثابتة عندما توضع m_1=0.2 kg على m_2=0.8 kg ما تسارع النظام عندما تعلق m_1 بـ m_3=0.2 kg، كما في الشكل (4-43ب) وما الشد في الخيط عندئذ؟

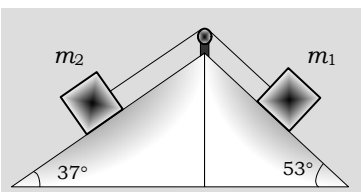


الشكل (4-41)

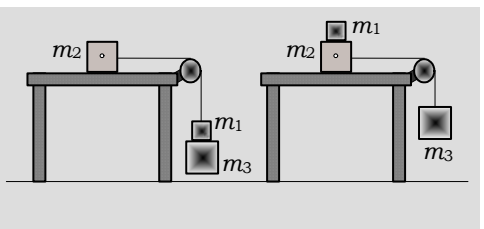
36-4 ماتسارع النظام الموضح بالشكل (4-44) وما الشد في الخيط بإهمال الاحتكاك حيث m_1=50 kg و m_2=100 kg؟



الشكل (4-42)



الشكل (4-43)



الشكل (4-43)

القوة المركزية

37-4 تدور شفرات مروحة طائرة سمتية بسرعة زاوية 155 rev/min (أ) ما السرعة الخطية لنقطة على طرف المروحة إذا كان نصف قطرها 2 m؟ وما تسارعها المركزي؟ (ب) ما القوة المؤثرة على جسيم صغير كتلته 0.1 kg موجود عند تلك النقطة؟

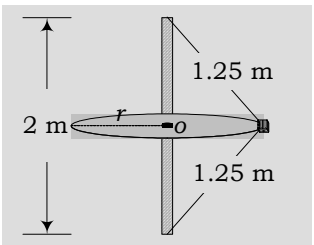
38-4 ما القوة المؤثرة على جسم كتلته 0.2 kg يدور على دائرة نصف قطرها 20 cm بدور 0.2 s؟

39-4 يربط شاب سطل ماء بحبل طوله 1 m ويدوره في دائرة شاقولية. ماذا يجب أن تكون سرعة السطل عند أخفض نقطة من مساره حتى لايسقط الماء منه؟

40-4 يربط حجر كتلته 1 kg بحبل طوله 1 m ولايتحمل شدا أكبر من 500 N ويوضع على طاولة أفقية ملساء بينما يثبت الطرف الآخر للحبل على الطاولة. ما أكبر سرعة يمكن أن يدور بها الحجر دون أن ينقطع الحبل؟

41-4 يقوم طيار كتلته 90 kg بألعاب بهلوانية فينقض بطائرته بسرعة 650 km/h نحو الأسفل ثم يبدأ بالدوران بدائرة شاقولية نحو الأعلى. ما أصغر نصف قطر يمكن أن يدور عليه بحيث لايتجاوز تسارعه عند أخفض نقطة من مساره $7g$ (g تسارع الجاذبية الأرضية) وما وزنه الظاهري عندئذ؟

42-4 يتأرجح جسم كتلته 0.1 kg مربوط بحبل طوله 1 m في مستو شاقولي فتصل سرعته 2 m/s في اللحظة التي يصنع الحبل زاوية 30° مع الشاقول. (أ) حدد القوى على الجسم وحللها لمركبتين مماسية لمساره وعمودية عليه (قطرية)، واستفد من ذلك لإيجاد كل من التسارع المماسي والمركزي؟ (ب) ماقيمة واتجاه التسارع الكلي للجسم عند هذه النقطة؟ (ج) ما الشد في الخيط عندئذ؟



الشكل (4-45)

43-4 يربط جسم كتلته 4 kg بعمود شاقولي بواسطة خيطين طول كل منهما 1.25 m، كما في الشكل (4-45)، بحيث يدور الجسم دائريا حول العمود. (أ) ما الشد في الخيط السفلي وماعدد الدورات التي يدورها الجسم بالدقيقة إذا كان الشد في الخيط العلوي 60 N؟

44-4 تدور سيارة على منعطف مائل نصف قطره 200 m بحيث لاتنزلق عليه إذا كانت سرعتها 15 m/s. ما أقل معامل احتكاك مطلوب بين العجلات والطريق حتى لاتنزلق السيارة عندما تدور عليه بسرعة 30 m/s؟

قوة الجاذبية

4-45 جد محصلة قوة الجاذبية على جسم كتلته 1 kg على بعد 0.15 m من كتلة 600 kg و0.2 m من كتلة أخرى 800 kg إذا كان البعد بين الكتلتين 0.25 m.

4-46 عند أين نقطة بين الشمس والأرض تتساوى جاذبيتهما إذا كانت المسافة بينهما تساوي 1.5×10^{8} m؟

4-47 تعلق كتلتان متساويتان بميزان ساكن بحيث تقع إحداهما مسافة h أعلى من الثانية. برهن أن الفرق بين وزنيهما بسبب اختلاف الارتفاع هو $8\pi\rho Gmh/3$ حيث ρ الكثافة الكتلية للأرض (الكتلة/الحجم).

4-48 يدور القمر حول الأرض مرة كل 27.3 يوما وعلى بعد 3.85×10^{5} km منها. ماكتلة الأرض؟

4-49 ما تسارع الجاذبية على سطح كوكب نصف قطره 500 km إذا كان تسارع الجاذبية على ارتفاع 100 kmعن سطحه $2.1\ \text{m/s}^2$؟ ماكتلة هذا الكوكب؟

4-50 ما السرعة الأفقية التي يجب أن يطلق بها قمر صناعي على ارتفاع 160 km فوق سطح الأرض ليدور حولها في مسار دائري؟

4-51 توضع ثلاث كرات بحيث تقع m_1=2 kg عند مبدأ منظومة محاور إحداثية متعامدة، وm_2=3 kg عند النقطة (2,0) و m_3=4 kg عند (4,0). (أ) ماقيمة واتجاه قوة الجاذبية التي تخضع لها الأخيرة؟ (ب) ماقيمة واتجاه قوة الجاذبية التي تخضع لها الثانية؟

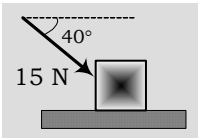
4-52 مادور حركة المريخ حول الشمس إذا كان بعده عنها يعادل 1.52 من بعد الأرض عنها؟

4-53 (أ) ماكتلة رجل على سطح كوكب له ضعف قطر الأرض ونفس الكثافة علما أن كتلته على الأرض 100 kg؟ (ب) ماتسارع الجاذبية على سطح ذلك الكوكب؟ (ج) ماسرعة قمر صناعي قرب سطح الكوكب إذا كانت سرعته قرب سطح الأرض 8 km/h؟

مسائل عامة

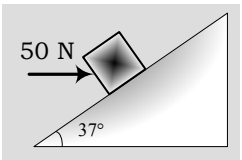
4-54 يوضع جسم كتلته 3.5 kg على مستو خشن مائل معامل احتكاكه السكوني 0.25 والحركي 0.1. (أ) ماقوة الاحتكاك التي سيخضع لها عندما تكون زاوية ميل المستوي 10°؟ (ب) ماقوة الاحتكاك المؤثرة على الجسم عند زاوية ميل 30° وماتسارع الجسم عندئذ؟

4-55 (أ) ما معامل الاحتكاك السكوني بين عجلات سيارة وأرض الشارع اللازم لإيقافها خلال مسافة 100 m إذا كانت سرعتها الابتدائية 85 km/h؟ (ب) كم يجب أن يكون معامل الاحتكاك حتى تدور السيارة على منعطف نصف قطره 60 m؟



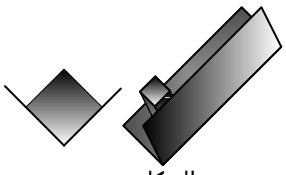
الشكل(4-46)

4-56 يتحرك جسم كتلته 3.5 kg على أرض أفقية خشنة معامل احتكاكها الحركي 0.25 تحت تأثير قوة ثابتة مقدارها 15 N وتميل بزاوية 40° تحت الأفق، كما في الشكل (4-46). ماقوة الاحتكاك المؤثرة على الجسم وما تسارعه؟

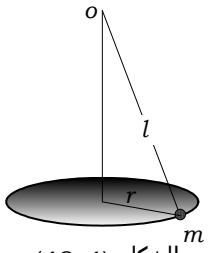


الشكل(4-47)

4-57 يخضع جسم كتلته 5 kg موضوع على مستو مائل بزاوية 37° لقوة أفقية مقدارها 50 N، كما في الشكل (4-47). (أ) ماتسارع الجسم إذا تحرك للأعلى على المستوي؟ (ب) ما المسافة التي سيقطعها عليه إذا كانت سرعته الابتدائية 4 m/s نحو الأعلى؟ (ج) كيف سيتحرك الجسم إذا زال تأثير القوة عليه عند وصوله لأعلى نقطة على المستوي إذا علمت أن معامل الاحتكاك السكوني بينهما 0.4 والحركي 0.3؟


الشكل (4-48)

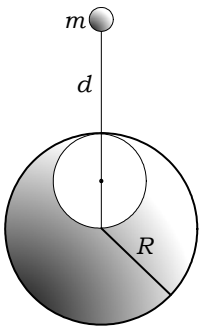
4-58 ينزلق جسم كتلته 2 kg داخل قناة تميل بزاوية 37°، كما في الشكل (4-48). ما تسارع الجسم إذا كان معامل الاحتكاك الحركي بينه وبين سطح القناة 0.2؟



الشكل (4-49)

4-59 يدور بندول مخروطي كتلته m=50 kg وطوله l=1.2 m في دائرة أفقية نصف قطرها r=25 cm، كما في الشكل (4-49). (أ) ما سرعة وتسارع الكتلة؟ (ب) ما الشد في الخيط؟

4-60 توضع قطعة نقود كتلتها 100 g على بعد 5 cm من مركز أسطوانة تدور بدور 3.14 s دون أن تنزلق عليها. (أ) ما سرعة وتسارع القطعة؟ (ب) ماقيمة واتجاه قوة الاحتكاك المؤثرة عليها؟ (ج) ما معامل الاحتكاك بين القطعة والاسطوانة إذا بدأت الأولى الانزلاق عندما صار بعدها عن مركز الاسطوانة 10 cm؟

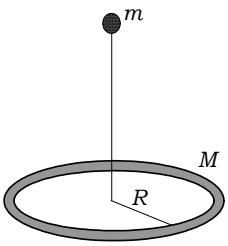


الشكل(4-50)

4-61 يدور نجم نيوتروني عالي الكثافة نصف قطره 20 km مرة كل ثانية. ما أصغر كتلة لهذا النجم حتى لايطير عنه جسم موجود على سطحه؟

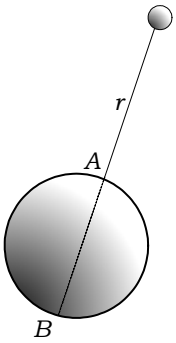
4-62 ماقوة الجاذبية التي يخضع لها جسيم كتلته m على بعد d من مركز كرة نصف قطرها R وكثافتها الكتلية ρ انتزع منها جزء كروي قطره R، كما في الشكل (4-50)؟

63-4 ماقوة الجاذبية التي تؤثر بها إحدى حلقات كوكب زحل على كتلة صغيرة m تقع على محورها على بعد h من مركزها، كما في الشكل (4-51)، إذا كانت كتلة الحلقة M ونصف قطرها R؟



الشكل(4-51)

64-4 (أ) ماقيمة واتجاه قوة الجاذبية التي يؤثر بها القمر على قطرة ماء على سطح الأرض عند A، كما في الشكل (4-52)؟ كم تصير قيمة القوة لو كانت القطرة عند مركز الأرض؟ (ب) برهن أن الفرق بين القوتين يساوي $F = 2GMmR/r^3$. تسمى F **قوة المد والجزر للقمر** *(tidal force)*. (ج) كرر السؤال السابق عندما تقع القطرة عند B واحسب قيمة واتجاه قوة المد والجزر هناك. علل وجود انتفاخين في سطح الأرض أحدهما نحو القمر والآخر بعيدا عنه.



الشكل (4-52)

65-4 يقف رجل على ميزان في مصعد يتسارع نحو الأعلى فيقرأ وزنه 960 N وعندما يحمل صندوقا كتلته 20 kg تصير قراءة الميزان 1200 N. ماكتلة الرجل وما تسارع المصعد؟

66-4 يحاول لص الهرب من نافذة ارتفاعها 15 m بواسطة حبل لايتحمل شدا أكبر من 360 N مع أن وزنه 600 N ولايجب أن يصطدم بالأرض بسرعة أكبر من 10 m/s حتى لاتتكسر عظامه. برهن أنه لن يستطيع الهرب بهذه الطريقة.

من علماء الإسلام


الرازي

محمد بن زكريا الرازي، أبو بكر،(313هـ-925م-250هـ-854 م) ويعرف في الغرب باسم Rhazes. طبيب وكيماوي وفيلسوف مسلم. أجمع المؤرخون على أنه أعظم أطباء الإسلام، وأشهر أطباء القرون الوسطى وأحد مشاهير أطباء العالم في كل زمن. كان واسع الإطلاع إلى درجة الإحاطة بكل علم وفن. درس الرياضيات، والفلك، والفلسفة، والكيمياء، والمنطق، والأدب. ثم درس الطب بعد أن تجاوز الأربعين من عمره، فحقق فيه إنجازات مهمة ونال شهرة واسعة. وعمل رئيسا لبيمارستان الري، ثم رئيسا لبيمارستان بغداد الذي بناه الخليفة العباسي المقتدر. ويعتبر تشخيص مرض الجذري ومرض الحصبة من أعظم منجزاته الطبية، ويعترف الغربيون بابتكاراته في أمراض النساء والولادة، وفي الأمراض التناسلية، وجراحة العيون. كما تعرض لشلل الوجه وأسبابه، ووصف تشعب الأعصاب في القفص الصدري. له مؤلفات لاتحصى من أشهرها **الحاوي في علم الدواوي**، و**الجدري والحصبة**، و**المنصوري في التشريح**، و**الكافي في الطب**، و**من لا يحضره الطبيب**.